利用 Bessel 函數解析非定常流

將下式所示渦度輸送方程式

$$\mathrm{Re}\left(\dot{\omega}+u_j\omega_{,j}\right)-\omega_{,jj}=0$$

的時間項作後退差分，移流項以前時刻者近似，得

$$\mathrm{Re}\frac{\omega-\omega^{t_1}}{\Delta\tau}+\mathrm{Re}\,u_j^{t_1}-\omega_{,jj}=0 \qquad (1)$$

ω 是 τ 時刻的渦度，t_1 表示前時刻值，而

$$\lambda=\Delta\tau/\mathrm{Re}$$

對(1)式，將任意時刻及前時刻的渦度分開，如下式所示

$$\omega-\lambda\omega_{,jj}-Q=0 \qquad (2)$$

但

$$Q=\omega^{t_1}-\lambda\,\mathrm{Re}\,u_j^{t_1}\omega_{,j}^{t_1}$$

將(2)式乘以加權函數並作積分得

$$\int\left(\omega-\lambda\omega_{,jj}-Q\right)Wd\Omega=0$$

對上式作 2 次部分積分後展開得

$$\int\omega Wd\Omega-\int\lambda\frac{\partial\omega}{\partial n}Wd\Gamma+\int\lambda\omega\frac{\partial W}{\partial n}d\Gamma-\int\lambda\omega W_{,jj}d\Omega-\int QWd\Omega=0$$

將第 1 項及第 4 項寫在一起得

$$-\int\omega\left(\lambda W_{,jj}-W\right)d\Omega-\int\lambda\frac{\partial\omega}{\partial n}Wd\Gamma+\int\lambda\omega\frac{\partial W}{\partial n}d\Gamma-\int QWd\Omega=0$$

上式第 1 項中，加權函數 W 能滿足下式

$$\lambda W_{,jj} - W = -\delta(Q-P)$$

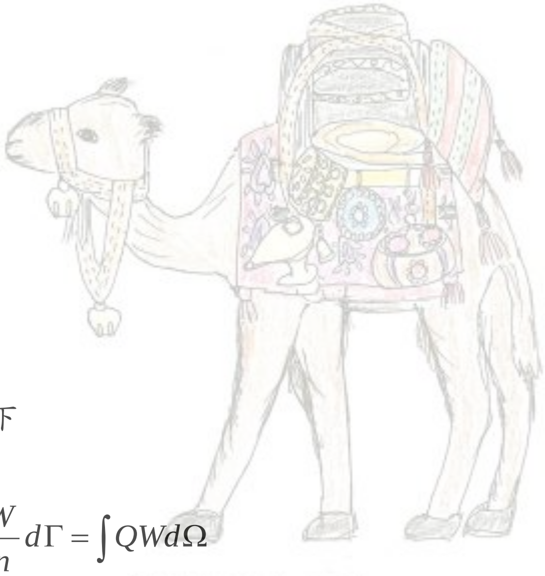
其基本解為

$$W = \frac{1}{2\pi\lambda} K_0\left(\frac{r}{\lambda^{1/2}}\right)$$

K_0 為變形 Bessel 函數。

渦度輸送方程式的積分表示如下

$$\gamma\omega(P) - \int \lambda \frac{\partial \omega}{\partial n} W d\Gamma + \int \lambda\omega \frac{\partial W}{\partial n} d\Gamma = \int QWd\Omega$$



載滿珠寶的駱駝

在邊界上 γ=0.5，在領域內 γ=1。

2011 埃及尼羅河之旅

回應用邊界元素法解析海洋擴散

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈