

Mach 相似律

受彈性力、慣性力及壓力支配的流體運動，若彈性係數為 K 、速度為 v 、密度為 ρ ， $[K]$ 的因次為 $[FL^{-2}]$ ，密度 $[\rho]$ 為 $[FT^2L^{-4}]$ ，速度 $[v]$ 為 $[LT^{-1}]$ 。
依 π 定理得

$$\pi = K \rho^x v^y$$

$$F: 0 = 1 + x$$

$$L: 0 = -2 - 4x + y$$

解之，得 $x = -1$ ， $y = -2$ ，即得

$$\pi = \frac{v^2}{K / \rho}$$

Mach 數 M_a 為上式的平方根，即

$$Ma = \frac{v}{\sqrt{K / \rho}}$$

2011 埃及尼羅河之旅

原型以下標 p ，模型以下標 m 表示，水平方向長度以 L ，縮尺以 L_r 表示，即

$$L_r = \frac{L_p}{L_m}$$

假定流體的密度縮尺比 ρ_r 及彈性係數 K_r 縮尺比分別為

$$\rho_r = \frac{\rho_p}{\rho_m}, \quad K_r = \frac{K_p}{K_m}$$

得

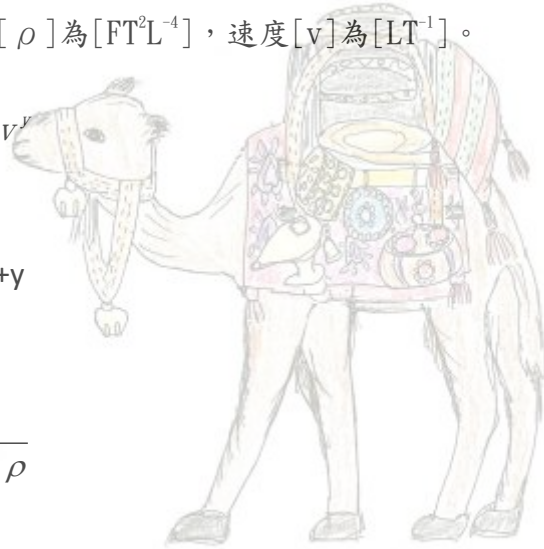
(1) 流速縮尺比

$$v_r = \frac{v_p}{v_m} = K_r^{1/2} \rho_r^{-1/2}$$

(2) 時間縮尺比

$$t_r = \frac{L_r}{v_r} = L_r K_r^{-1/2} \rho_r^{1/2}$$

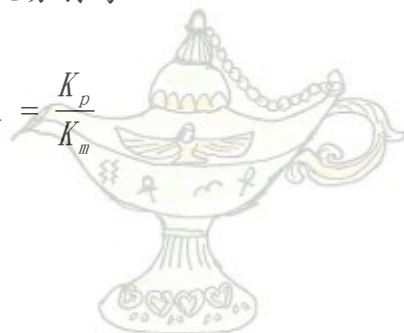
(3) 流量縮尺比



載滿珠寶的駱駝



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

$$Q_r = L_r^3 t_r^{-1} = L_r^2 K_r^{1/2} \rho_r^{-1/2}$$

(4) 加速度縮尺比

$$a_r = L_r t_r^{-2} = L_r^{-1} K_r^{-1} \rho_r$$

(5) 質量縮尺比

$$S_r = L_r^3 \rho_r$$

(6) 力縮尺比

$$F_r = S_r a_r = L_r^2 \rho_r^2 K_r^{-1}$$

(7) 壓力縮尺比

$$P_r = F_r L_r^{-2} = \rho_r^2 K_r^{-1}$$

(9) 動量縮尺比

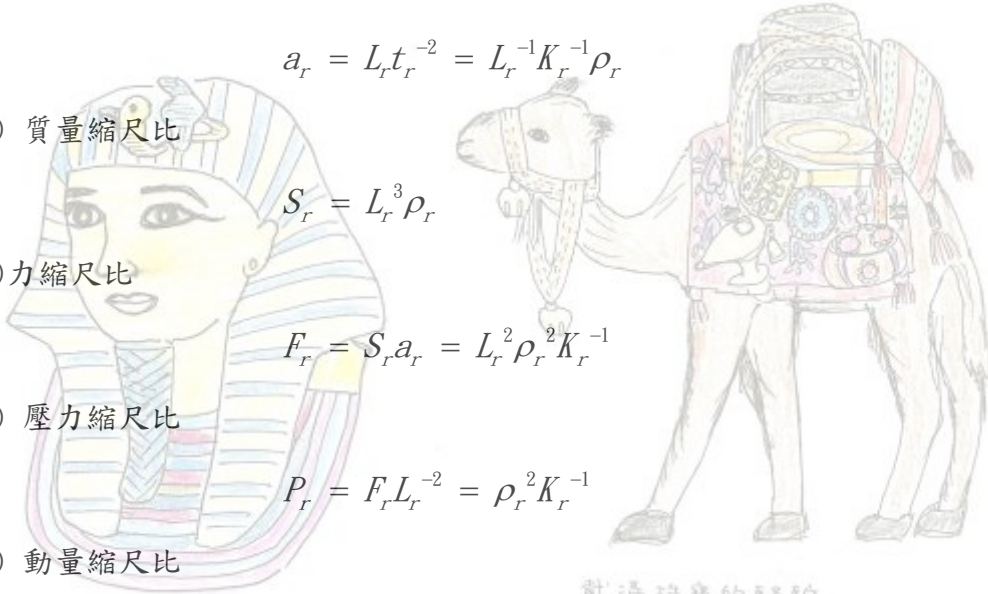
$$M_r = S_r V_r = \rho_r^{1/2} L_r^3 K_r^{1/2}$$

(10) 能量縮尺比

$$E_r = F_r L_r = L_r^3 \rho_r^2 K_r^{-1}$$

(11) 功縮尺比

$$W_r = E_r t_r^{-1} = \rho_r^{1/2} K_r^{-1/2} L_r^2$$



載滿珠寶的駱駝



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

回實用水理學