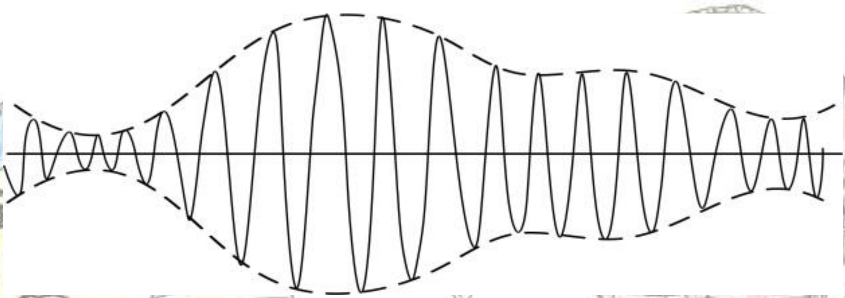
機率密度函數(Probability density function)



如圖所示，各波的週期大致相同，但波高做緩慢變化，即對波譜而言，能量集中於較狹的週頻率，此種波譜稱為狹頻波譜。波形η(t)以下列形式表示

$$\eta(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(2\pi f_n t+\varepsilon_n) \qquad (1)$$

將上式改寫成下列形式

$$\eta(t)=Y_c(t)\cos(2\pi\bar{f}t)-Y_s(t)\sin(2\pi\bar{f}t) \qquad (2)$$

$$Y_c(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(2\pi f_n t-2\pi\bar{f}t+\varepsilon_n)$$

$$Y_s(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sin(2\pi f_n t-2\pi\bar{f}t+\varepsilon_n) \qquad (3)$$

週頻率$\bar{f}$表示能量集中週頻率帶的任意具有代表性的值，例如以週頻率譜的1次動差定義的平均週頻率。

$$\bar{f}=m_1/m_0 \qquad (4)$$

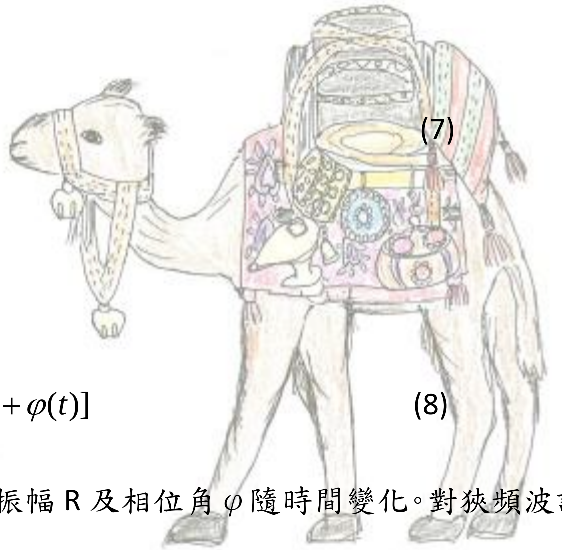
$$m_n=\int_0^{\infty}f^n S(f)df \qquad (5)$$

由$Y_c(t)$及$Y_s(t)$可定義出下列振幅R及相位角φ

$$R = R(t) = \sqrt{Y_c^2(t) + Y_s^2(t)}$$
$$\varphi = \varphi(t) = \tan^{-1}[Y_s(t) / Y_c(t)] \qquad (6)$$

而

$$Y_c(t) = R\cos\ \varphi$$
$$Y_s(t) = R\sin\ \varphi \qquad (7)$$



依 R 及 φ 可將波形 $\eta(t)$ 寫成下式

$$\eta(t) = R(t)\cos[2\pi \bar{f}\, t + \varphi(t)] \qquad (8)$$

上式表示週頻率為 $\bar{f}$ 的振動的振幅 R 及相位角 φ 隨時間變化。對狹頻波譜其變化緩慢，R=R(t)如上圖虛線所示包絡波形的振幅。

由(3)式可知 Y_c 及 Y_s 的定義知其屬正規分佈的定常機率過程，其分散(變異數)為

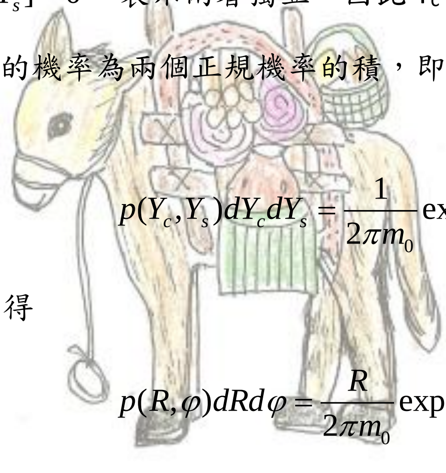
$$E[Y_c^2] = E[Y_s^2] = E[\eta^2] = m_0 \qquad (9)$$

因 $E[Y_c Y_s] = 0$，表示兩者獨立，因此 Y_c 及 Y_s 同時取在[Y_c，Y_c+dY_c]及[Y_s，Y_s+dY_s]間的值的機率為兩個正規機率的積，即

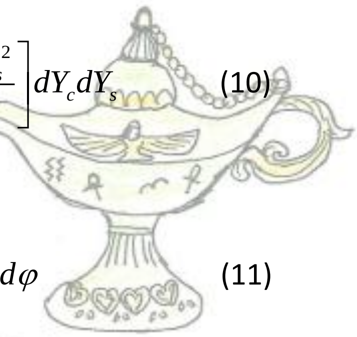
$$p(Y_c, Y_s)dY_c dY_s = \frac{1}{2\pi m_0}\exp\left[-\frac{Y_c^2 + Y_s^2}{2m_0}\right]dY_c dY_s \qquad (10)$$

依(7)式得

$$p(R,\varphi)dRd\varphi = \frac{R}{2\pi m_0}\exp\left[-\frac{R^2}{2m_0}\right]dRd\varphi \qquad (11)$$



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

由於 R 與 φ 相為獨立，p(R，φ)為 p(R)與 p(φ)的積，又因(11)式中未含 φ 的變數而得 p(φ)=const. 即 φ 在 0 至 2π 間的分佈為等機率，得 R 的機率密度函數如下。

$$p(R)dR = \frac{R}{m_0}\exp\left[-\frac{R^2}{2m_0}\right]dR \qquad (12)$$

上式為 Rayleigh 推導出，對無數音源合成的音的強度分佈，稱為 Rayleigh 分佈。

回分類索引　回海洋工作站

載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈