1/n 最大波高(Highest one-nth wave height)

將波群中的波，從波高大者依大小順序排列，取出前 1/n 個波的波高加以平均者為 $H_{1/n}$，對這 1/n 個波取其週期平均得 $T_{1/n}$，具有 $H_{1/n}$ 波高的波稱為 1/n 最大波。

欲求 1/n 最大波高必須先計算超過機率為 1/n 的波高。波高分佈為依 Rayleigh 分佈時， 波高 H 的機率密度函數如下

$$p(H)dH = \frac{H}{4m_o}\exp\left[-\frac{H^2}{8m_o}\right]dH$$

$$m_o = \int_0^\infty fS(f)df$$ S(f)為週頻率譜。

Longuet-Higgins 推算出各種代表波高間的相互關係，平均波高及自乘平均波高如下

$$\overline{H} = \int_0^\infty Hp(H)dH = \sqrt{2\pi m_o}$$

$$H_{rms} = \overline{H^2} = \int_0^\infty H^2 p(H)dH = 8m_o$$

令 $x = H/H_*$，H_* 為任意的基準波高，波高比 x 的機率密度函數如下

$$p(x)dx = 2a^2\exp\left[-a^2x^2\right]dx$$

$$a = \frac{H_*}{\sqrt{8m_o}} = \begin{cases} \dfrac{1}{2\sqrt{2}} & : H_* = \sqrt{m_o} = \zeta_{rms} \\ \dfrac{\sqrt{\pi}}{2} & : H_* = \overline{H} \\ 1 & : H_* = H_{rms} \end{cases}$$

當以有義波波高 $H_{1/3}$ 為基準波高時，a=1.146。

波高比 x 的超過機率為

$$P(x) = P[\xi > x] = \int_x^\infty p(\xi)d\xi = \exp\left[-a^2x^2\right]$$

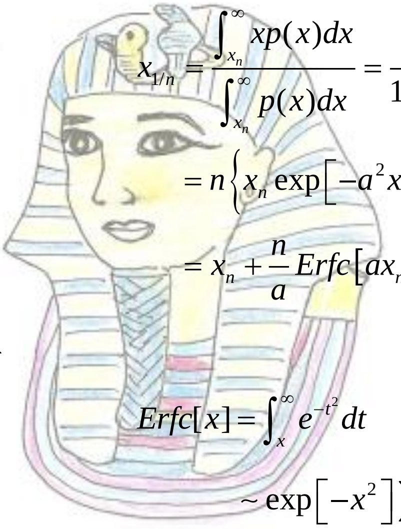
因此 $P(x_n) = 1/n$ 的波高比 x_n 為

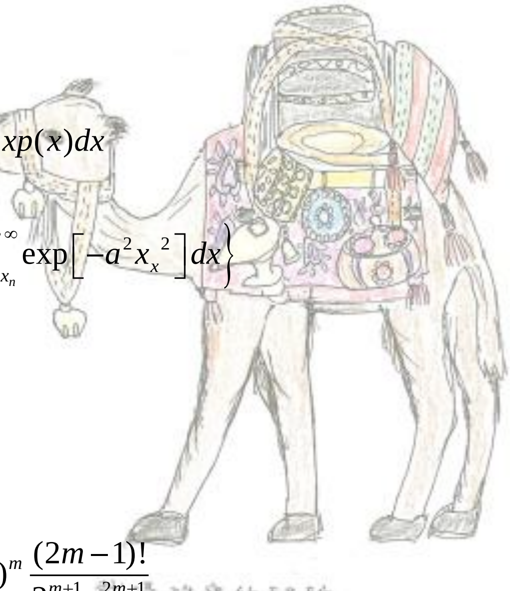
$$\exp\left[-a^2x_n^{\,2}\right] = \frac{1}{n}$$

即

$$x_n = \frac{1}{a}\sqrt{\ln n}$$

1/n 最大波高以 $x_{1/n}$ 表示時，





載滿珠寶的駱駝

$$x_{1/n} = \frac{\int_{x_n}^{\infty} xp(x)dx}{\int_{x_n}^{\infty} p(x)dx} = \frac{1}{1/n}\int_{x_n}^{\infty} xp(x)dx$$

$$= n\left\{x_n \exp\left[-a^2 x_x{}^2\right] + \int_{x_n}^{\infty} \exp\left[-a^2 x_x{}^2\right] dx\right\}$$

$$= x_n + \frac{n}{a} Erfc\left[ax_n\right]$$

但

$$Erfc[x] = \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$$

$$\sim \exp\left[-x^2\right]\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m \frac{(2m-1)!}{2^{m+1} x^{2m+1}}$$

取至第 2 項得

$$x_{1/n} = x_n + \frac{1}{2a\sqrt{\ln n}}\left[1 - \frac{1}{4\ln n}\right]$$

2011 埃及尼羅河之旅

回分類索引　回海洋工作站

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈