

任意形狀反射率等水深港池水面波高分布

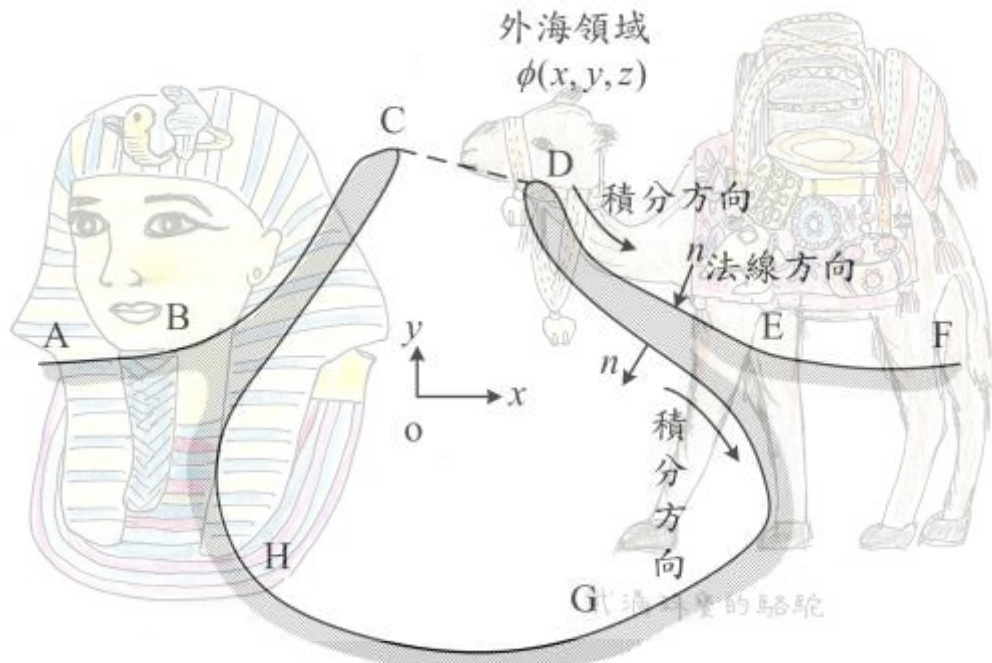


圖7.2 任意形狀港池

2011 埃及尼羅河之旅

(1) 等水深外海領域

自然海岸因受碎波影響，波能量幾乎全部被消耗(反射率 <0.2)，可假定自然海岸會將波完全吸收，即假定反射波及散射波速度勢為0。如上圖，對港內外水深相等水域，以 \overline{ABCDEF} 作為外海領域之邊界線，但 \overline{BA} 及 \overline{EF} 係延長至無限遠。基於上述假定，對外海領域積分範圍只限於 \overline{BCDE} 即可，因遠離港口海岸對港內產生影響可忽略。

等水深外海領域波運動為微小振幅波運動，速度勢以下式表示

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma t} \quad (1)$$

ζ_0 表示波振幅， σ 角週頻率， t 及 g 分別表示時間及重力加速度，勢函數 $\phi(x, y, z)$ 應滿足下列Laplace方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

由於水深一定條件，可利用變數分離法將勢函數分離成為依自由表面邊界條件決定、與水深 z 有關的已知函數，及與平面位置有關的未知函數。在一定水深 h 海域靜水面取座標原點 0 ，水平面取 x, y 軸，垂直向上為 z 軸，由於水面邊界條件及不透水海底邊界條件分別為

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial z} &= \frac{\sigma^2}{g} \phi, & z=0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0, & z=-h \end{aligned} \right\}$$

勢函數 $\phi(x, y, z)$ 可以下式表示

$$\phi(x, y, z) = [f_0(x, y) + f^*(x, y)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$f_0(x, y)$ 及 $f^*(x, y)$ 分別表示入射波及繞射波， k 為下列方程式之根

$$\frac{\sigma^2}{g} = kh \tanh kh$$

入射波為與 x 軸呈 ω 角度入射的餘弦波，水面波形 $\zeta_i(x, y; t)$ 可以下式表示

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_0 \cos[k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t]$$

2011 埃及尼羅河之旅

則入射波勢函數 $f_0(x, y)$ 應為

$$f_0(x, y) = -i \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)]$$

依(A)式， $f^*(x, y)$ 應為滿足下列 Helmholtz 方程式之未知函數

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0$$

依 Helmholtz 方程式基本解應用及邊界積分方程式應用於 Helmholtz 方程式所述邊界元素法，將邊界 BCDE 以 n^* 個一定元素加以分離， f^* 與 $\overline{f^*}$ 間的關係如下

$$F^* = K^* \overline{F^*}$$

(2) 港內領域

港池領域勢函數以 $\phi(x, y, z)$ 表示，由 (7.22) 式及 $\phi(x, y, z)$ 在水面邊界條件及不透水海底邊界條件可得

$$\varphi(x, y, z) = c(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

由(1)式得知 $c(x, y)$ 應為滿足下列Helmholtz方程式的未知函數

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + k^2 c = 0$$

將港池邊界線 \overline{CDGHC} 依順時針方向以 n 個一定元素加以離散，邊界線 \overline{CDGHC} 上 c 與 \bar{c} ($= \partial c / \partial n$) 間的關係式為

$$C = O\bar{C} \quad (2)$$

(3) 連立一次方程式

將外海領域之 f^* 與 \bar{f}^* 間的關係式 $F^* = -K^* \bar{F}^*$ 分割成 \overline{BC} ， \overline{CD} ， \overline{DE} 等3部份，各部份依序以1，2，3表示，得

$$\begin{Bmatrix} F_1^* \\ F_2^* \\ F_3^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^* & k_{12}^* & k_{13}^* \\ k_{21}^* & k_{22}^* & k_{23}^* \\ k_{31}^* & k_{32}^* & k_{33}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^* \\ \bar{F}_2^* \\ \bar{F}_3^* \end{Bmatrix} \quad (3)$$

假定 \overline{BC} 及 \overline{DE} 為任意反射率 K_r 的不透水性防波堤，吸能消波係數為 $\alpha = \sqrt{1 - K_r^2}$ ，則在岸壁

$$\begin{cases} \bar{F}_1^* + \bar{F}_1^0 = i\alpha k (F_1^0 + F_1^*) \\ \bar{F}_3^* + \bar{F}_3^0 = i\alpha k (F_3^0 + F_3^*) \end{cases} \quad (4)$$

將港池水域邊界線 \overline{CDGHC} 分割成 \overline{CD} 及 \overline{DGHC} 2部份，各部份以1及2表示，則B)可寫成

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{C}_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

假定 \overline{DGHC} 岸壁為任意反射率 K_r 的不透水性岸壁，吸能消波係數為 $\alpha = \sqrt{1 - K_r^2}$ ，則在岸壁

$$\bar{C}_2 = i\alpha k C_2 \quad (6)$$

港口 \overline{CD} ，由於兩流體領域流體運動引起質量及能量流束必須連續條件得

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \varphi \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} &= \frac{\partial \varphi}{\partial n} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

整理(2)~(7)式得

$$\begin{bmatrix} ik\alpha k_{11}^* - I & k_{12}^* & ik\alpha k_{13}^* & 0 \\ ik\alpha k_{21}^* & k_{22}^* - O_{11} & ik\alpha k_{23}^* & -ik\alpha O_{12} \\ ik\alpha k_{31}^* & K_{32}^* & ik\alpha k_{33}^* - I & 0 \\ 0 & O_{21} & 0 & ik\alpha O_{22} - I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^* \\ F_2^* \\ F_3^* \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{Bmatrix}$$

$$S_1 = k_{11}^* (\overline{F_1^0} - ik\alpha F_1^0) + k_{13}^* (\overline{F_3^0} - ik\alpha F_3^0)$$

$$S_2 = k_{21}^* (\overline{F_1^0} - ik\alpha F_1^0) + k_{23}^* (\overline{F_3^0} - ik\alpha F_3^0) + O_{11} \overline{F_2^0} - F_2^0$$

$$S_3 = k_{31}^* (\overline{F_1^0} - ik\alpha F_1^0) + k_{33}^* (\overline{F_3^0} - ik\alpha F_3^0)$$

$$S_4 = -O_{21} \overline{F_2^0}$$

由上式求得各邊界線上函數值或導函數值，代入各原方程式即可決定各領域邊界線相關值，外海及港池內任意1點之等波高比值 k_D 可以下式計算。

外海領域

$$k_D = |f_0(x, y) + f^*(x, y)|$$

港池領域

$$k_D = |c(x, y)|$$

回邊界元素法 回分類索引

載滿貨品的驢子



回海洋工作站

阿拉丁神燈