

3維空隙物質內微小振幅波運動

1. 支配方程式

透水性防波堤或護岸等空隙物質內波運動，假定受與加速度成正比，及與流速有關抵抗作用時，將前者影響包含於空隙物質空隙率，稱之為假想空隙率 V ，將後者視為與流速成正比，其係數以 μ 表示。空隙內流體領域局部空間平均水平及垂直方向流速以 u^* 、 v^* 及 w^* 表示，流體壓力及密度以 p^* 及 ρ 表示，則連續方程式可以下式表示

$$\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial v^*}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

x、y及z方向運動方程式可分別以下式表示

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x} - \frac{\mu}{V} u^* \\ \frac{\partial v^*}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial y} - \frac{\mu}{V} v^* \\ \frac{\partial w^*}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z} - \frac{\mu}{V} w^* - g \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

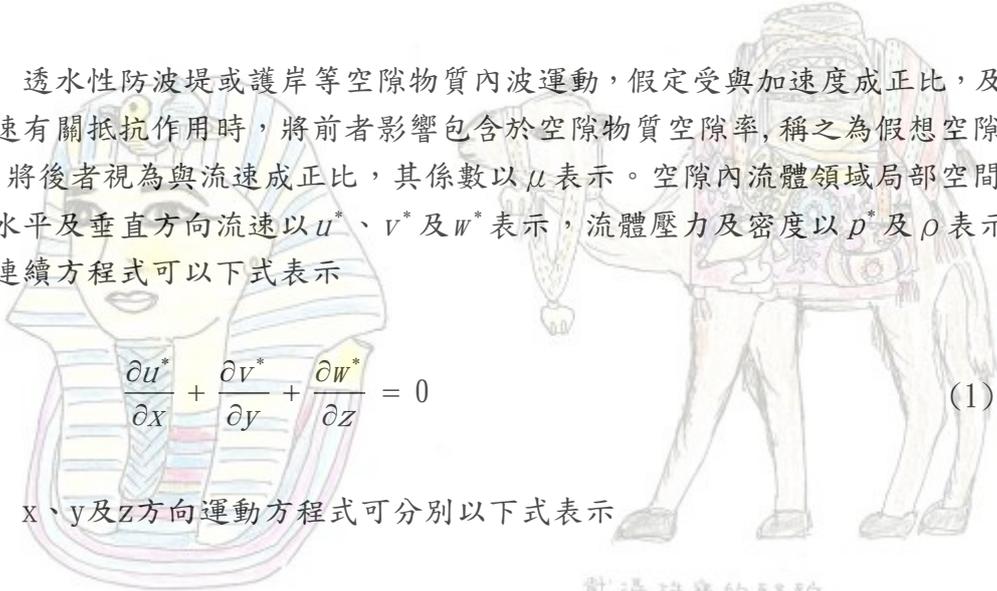
依(1)及(2)式所示流體運動具有速度

$$\Phi_*(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi_*(x, y, z) \exp(-i\sigma t)$$

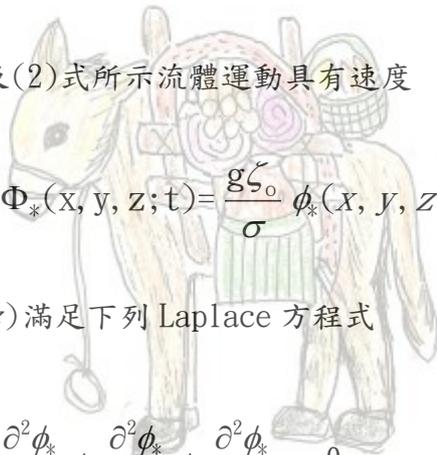
$\phi_*(x, z)$ 滿足下列 Laplace 方程式

$$\frac{\partial^2 \phi_*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_*}{\partial z^2} = 0$$

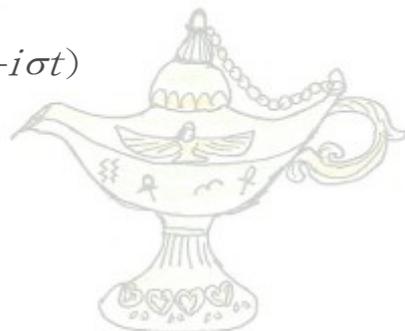
流速，壓力及水面波形分別以下式表示



載滿珠寶的駱駝



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

$$u^* = \partial\phi^*/\partial x, v^* = \partial\phi^*/\partial y, w^* = \partial\phi^*/\partial z$$

$$\frac{p^*}{\rho g \zeta_0} = -i\beta\phi^*(x, z)e^{-i\sigma t}$$

$$\frac{\zeta^*}{\zeta_0} = -i\beta\phi^*(x, y, 0)e^{-i\sigma t}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{V}, \alpha = 1 - i\frac{\mu}{\sigma}$$

2. 靜水面邊界條件

水面上，由於大氣壓力一定及運動學條件得

載滿珠寶的駱駝

$$\frac{\partial\zeta^*}{\partial t} = \frac{1}{V} \frac{\partial\phi^*}{\partial z}$$

2011 埃及尼羅河之旅

由上式得

$$\frac{\partial\phi^*}{\partial z} = \alpha \frac{\sigma^2}{g} \phi^*$$

3. 固定不透水面邊界條件

$$\frac{\partial\phi^*}{\partial n} = 0$$

載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈