

2 維理想流體強非線性波運動

非粘性非壓縮性理想流體，靜水面取座標原點 o ，水平向右及垂直向上方向取 x 及 z 軸，時間及重力加速度以 t 及 g 表示。

(1) 支配方程式

速度勢 $\phi(x, z; t)$ 應滿足下列 Laplace 方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

(2) 自由表面邊界條件

自由表面運動及動力邊界條件如下

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{Dx}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ w &= \frac{Dz}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \text{(A)}$$

2011 埃及尼羅河之旅

$$\frac{D\phi}{Dt} + g\zeta - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} = 0 \quad \text{(B)}$$

上式是以 Lagrangian 形式表示， ζ 為自由表面波形， ρ 為流體密度， p 為作用於自由表面的壓力， g 為重力加速度。

進行數值分析時，採用時間前進差分，對(A)式， $(t+1)$ 時刻與 t 時刻間關係如下

$$\left. \begin{aligned} x^{t+1} &= x^t + \frac{\partial \phi^t}{\partial x} \Delta t \\ z^{t+1} &= z^t + \frac{\partial \phi^t}{\partial z} \Delta t \end{aligned} \right\}$$

載滿貨品的驢子

上式表示隨時間變化水粒子的移動位置。

對(B)式， $(t+1)$ 時刻與 t 時刻間關係如下

$$\phi^{t+1} = \phi^t + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 \right]^t \Delta t - g z^{t+1} \Delta t$$



載滿珠寶的駱駝



阿拉丁神燈

s 及 n 分別表示切線(逆時針為正)及向外法線

(3) 造波板邊界條件

活塞式造波板上，造波板運動速度與水粒子對造波板法線方向 n 的流速必須相等得

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -U(t)$$

(4) 不透水岸壁邊界條件

$$\phi = 0$$

(5) 虛擬消波透水層自由表面邊界條件

通常水面上受大氣壓力作用恆為一定，可視為 0。在虛擬消波透水層自由表面，假定其所受壓力與流體運動的速度勢呈如下式所示比例時，會如有消波結構物存在時具有的消能效應

$$p = \mu \phi$$

2011 埃及尼羅河之旅

μ 為虛擬消能係數，有許多構想被發表過。



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

[回邊界元素法](#)

[回分類索引](#)

[回海洋工作站](#)