

應用保角變換解析大口徑柱狀體波力

周宗仁* 岳景雲** 蕭松山***

摘 要

本研究應用保角變換法來解析波浪作用於任意形狀斷面大口徑柱體之波力。以矩形、橢圓形二種不同形狀斷面為例計算其波壓分佈，並利用Green函數以邊界元素法計算以上二種斷面之波壓分佈，發現兩者計算結果非常吻合。

一、前 言

由於海洋工程中使用之海洋結構物柱狀體受波浪作用時之波力計算，對整個工程的成敗影響甚鉅，因此提供正確之波力計算，以為海洋結構物設計外力之參考，相當重要。

在本研究中擬應用保角變換法，來解析任意形狀斷面大口徑柱狀體受波浪作用之波壓分佈。首先將任意形狀斷面保角變換為單位圓斷面，而一般圓斷面考慮線型波之波壓分佈已有解析解可供參考，故可於圓斷面上之相對應點計算求解，將所得結果反轉換回原來斷面上，即可求得大口徑柱狀體之波壓分佈。

對於任意形狀斷面柱狀體受波浪作用之波壓分佈，曾有Ijima T, C. R, Chou & Y. Yumura, 1974⁽¹⁾及Michael de. St. Q. Isaacson, 1978⁽²⁾，分別利用Green函數以積分方程式來解析，但僅對波浪線型部份加以討論，若考慮非線型部份，利用以上方法來解析，則較複雜困難。針對此問題，若將任意形狀斷面轉換為單位圓斷面，由於圓柱體考慮非線型波浪作用之波壓分佈亦已有若干的研究成果可供參考。因此，可於圓形領域上之相對應點計算求解，再轉換回原任意形狀斷面，即可容易求解得任意形狀斷面大口徑柱狀體，考慮非線型波浪作用之波壓分佈。

本研究之主要目的在於檢證保角變換法應用於波浪的妥當性，僅討論波浪綫型部份，以矩形、橢圓形二種不同形狀斷面為例計算其波壓分佈，且為了驗證保角變換法計算之正確性，另利用Green函數以邊界元素法計算上面二種斷面之波壓分佈。當週期大、波長長時，兩種方法計算結果非常吻合；當週期小、波長短時，則其吻合程度較差。

* 國立臺灣海洋學院河海工程學系教授

** 國立臺灣海洋學院河海工程學系講師

*** 國立臺灣海洋學院河海工程學系助教

二、理論解析

2-1 保角變換理論

本文引用之保角變換理論，根據 Symm, 1966⁽³⁾ 所述，在複數平面 z 上 ($z = x + iy$) 有一個由任意形狀之閉曲線 Γ 包圍之閉曲面 Ω 存在時，可利用下述之變換函數，將其變換至 W 平面上之單位圓 $|W| \leq 1$ 內，此時單位圓之圓心在 $W = 0$ 處。若將 z 平面上之座標原點設於 $z = 0$ 處，則

$$W(z) = \exp [\ell n z + g(x, y) + i h(x, y)] \quad (2-1)$$

而 $g(x, y)$ 滿足下列邊界值問題

$$\nabla^2 g(x, y) = 0 \quad (x, y) \in \Omega \quad (2-2)$$

$$g(x, y) = -\frac{1}{2} \ell n |z| = -\frac{1}{2} \ell n (x^2 + y^2) \quad (x, y) \in \Gamma \quad (2-3)$$

$$\text{因 } \ell n z = \ell n |z| + i \arg z \quad (2-4)$$

故 (2-1) 式可改寫為

$$W(z) = \exp [\ell n |z| + g + i (\arg z + h)] \quad (2-5)$$

故只要能決定 g 及 h ，即可確定整個變換。由於 $g(x, y)$ 可視為單層對數勢 (Single-layer logarithmic potential) 而以下列邊界積分方程式表示之。

$$g(x, y) = \int_{\Gamma} \ell n |z-r| \sigma(r) |d\Gamma| \quad (2-6)$$

$$\text{而 } h(x, y) = \int_{\Gamma} \theta(z-r) \sigma(r) |d\Gamma| \quad (2-7)$$

$\sigma(r)$ 表示邊界 Γ 上點 r 之適當的源密度，而 $\theta(z-r)$ 為 $z-r$ 之偏角。

因此，解決本問題之重點在於如何決定 $\sigma(r)$ ，而使 $g(x, y)$ 能滿足邊界條件 (2-3) 式。當 $z \rightarrow r$ 時下式應成立。

$$\int_{\Gamma} \ell n |z-r| \sigma(r) |d\Gamma| = -\frac{1}{2} \ell n (x^2 + y^2) \quad (2-8)$$

若以一定元素將邊界線 Γ 以 N 個元素加以分割，則上式可寫為下列之分離化形式⁽⁴⁾。

$$-\frac{1}{2} \ell n (x_i^2 + y_i^2) = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \ell n |r_i - r_j| \sigma(r_j) |d\Gamma| \\ = \sum_{j=1}^N \sigma(r_j) \text{Re} \{ e^{-i\alpha} [W_2 \ell n W_2 - W_2 - W_1 \ell n W_1 + W_1] \} \quad (2-9)$$

其中 $e^{-i\alpha}$, W_1, W_2 ，如圖 (2-1) 所示可以下列方程式計算。

$$\left. \begin{aligned} e^{-i\alpha} &= \frac{X_{j+1} - X_j - i(Y_{j+1} - Y_j)}{\Gamma_j} \\ \Gamma_j &= \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2} \\ W_1 &= (X_{j+1} - X_j) + i(Y_{j+1} - Y_j) \\ W_2 &= (X_j - X_i) + i(Y_j - Y_i) \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

又可將(2-9)式以下列矩陣形式表示

$$G S = P \quad (2-11)$$

$$\left. \begin{aligned} G &= g_{ij} = \int_{\Gamma_j} \ell n |r_i - r_j| |d\Gamma| \\ S &= \sigma(r_j) \\ P &= -\frac{1}{2} \ell n (x_i^2 + y_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

故由(2-11)式可決定 $\sigma(r_j)$ 值，則領域內任意一點之 $g(x, y)$ 及 $h(x, y)$ 值可計算求得，而變換函數 $W(z)$ 即可確定。

2-2 保角變換前後相對應速度勢之計算

在一定水深 h 領域內，對於一任意形狀斷面之大口徑柱狀體，若流體為非黏性、非壓縮性且非旋轉性之理想流體。取座標原點於柱體中心、水平及垂直方向為 x 及 y 軸。時間及重力加速度以 t 及 g 表示，又令入射波振幅為 ζ_0 。入射波與 x 軸之交角為 α ，週頻率為 $\sigma (= 2\pi/T)$ ， T 為波之週期，週波數為 $k (= 2\pi/L)$ ， L 為波長，如圖2-2所示，則流體運動可視為具有速度勢，其形式可以下式表示之：

$$\Phi(x, y, z; t) = i g \zeta_0 / \sigma \cdot \phi(x, y) e^{i\omega t} \cosh k(z+h) / \cosh kh \quad (2-13)$$

速度勢 $\phi(x, y)$ 滿足 Helmholtz 方程式

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (2-14)$$

而可以由入射波及散射波之速度勢表示

$$\phi = \phi_1 + \phi_s \quad (2-15)$$

ϕ_1 ：入射波速度勢

ϕ_s ：散射波速度勢

$$\text{其中 } \phi_1 = \exp[ikr \cos(\theta - \alpha)] = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^n J_n(kr) \cos(\theta - \alpha) \quad (2-16)$$

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 2 & n \geq 1 \end{cases}$$

於柱狀體壁上，其邊界條件為

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi_1}{\partial n} + \frac{\partial \phi_s}{\partial n} = 0 \quad (2-17)$$

$$\text{則 } \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = - \frac{\partial \phi_s}{\partial n} \quad (2-18)$$

n ：壁面之法線方向

利用(2-5)式之變換函數，將任意形狀斷面轉換為單位圓斷面，而在 W 平面內之流體運動亦可視為具有速度勢，其速度勢 $\phi(u, v)$ 亦應滿足下列 Helmholtz 方程式：

$$\nabla^2 \phi + k' \phi = 0 \quad (2-19)$$

$$\text{但 } k' = 1 / \left| \frac{dw}{dz} \right| \cdot k \quad (2-20)$$

而 k' 為轉換後相對應點之週波數，且 $\phi(u, v)$ 可以由入射波與散射波表示。

$$\phi = \phi_1 + \phi_s \quad (2-21)$$

由微小振幅波繞射理論⁽⁵⁾知，對於圓斷面柱狀體之散射波速度勢可假設為

$$\phi_s = \sum_{n=0}^{\infty} a_n i^n B_n H_n^{(2)}(k' a) \cdot \cos n(\theta' - \alpha) \quad (2-22)$$

B_n 為未知數， $H_n^{(2)}$ 為第 n 階第二類Hankle函數

由於保角變換前後邊界條件之關係⁽⁶⁾為

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_s}{\partial r'} &= -1 / \left| \frac{dw}{dz} \right| \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial n} \\ &= -1 / \left| \frac{dw}{dz} \right| \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \end{aligned} \quad \begin{cases} r = r_a & r \in Z \text{ 平面} \\ r' = a & r' \in W \text{ 平面} \end{cases} \quad (2-23)$$

$$\text{因此 } B_n = - \frac{\partial r}{\partial n} \frac{J'_n(k r_a)}{H_n^{(2)'}(k' a)} \cdot \frac{\cos n(\theta - \alpha)}{\cos n(\theta' - \alpha)} \quad (2-24)$$

$$\text{則 } \phi_s = \sum_{n=0}^{\infty} a_n i^n \frac{\partial r}{\partial n} \frac{-J'_n(k r_a)}{H_n^{(2)'}(k' a)} \cdot H_n^{(2)}(k' a) \cdot \cos n(\theta - \alpha) \quad (2-25)$$

所以於任意形狀斷面柱狀體壁上任一點之速度勢可求得

$$\phi = \exp(i k r_a \cdot \cos(\theta - \alpha)) + \sum_{n=0}^{\infty} a_n i^n \frac{\partial r}{\partial n} \frac{-J'_n(k r_a)}{H_n^{(2)'}(k' a)} \cdot H_n^{(2)}(k' a) \cdot \cos n(\theta - \alpha) \quad (2-26)$$

而柱面上任一點之波壓力及水面波形為

$$P/\rho g \zeta_0 = \phi(x, y) e^{i\omega t} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (2-27)$$

$$\zeta/\zeta_0 = \phi(x, y) \cdot e^{i\omega t} \quad (2-28)$$

而柱狀體所受波力為

$$F_x/\rho g \zeta_0 h^2 = \int_0^{-h} \int_{\Gamma} \phi(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cdot e^{i\omega t} dy \cdot dz \quad (2-29)$$

$$F_y/\rho g \zeta_0 h^2 = \int_0^{-h} \int_{\Gamma} \phi(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cdot e^{i\omega t} dx \cdot dz \quad (2-30)$$

三、數值計算與結果討論

3-1 數值計算

如圖 3-1，首先將任意形狀斷面柱狀體邊界以 N 個一定元素加以分割，利用下述之 (3-1) 式將 z 平面上任意形狀斷面邊界上之分割節點，轉換至 W 平面上之單位圓邊界上。

$$W(z_j) = \exp [i (\arg z_j + h_j)] \quad (3-1)$$

$$\text{其中 } h_j = \int_{\Gamma} \theta(z_j - z_i) \sigma(z_i) |d\Gamma|$$

$$= \sum_{i=1}^N \theta(z_j - z_i) \sigma(z_i) \Delta S_i \quad (3-2)$$

$$\Delta S_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}, \theta(z_j - z_i) \text{ 為 } z_j - z_i \text{ 之偏角}$$

爲了在轉換後之圓形領域上求解，須計算轉換後對應點之 k' 值以計算各對應點之波壓力。而

$|\frac{dw}{dz}|$ 值，可以由下述方法近似求得。

$$\text{若令 } W(z) = u + iv$$

$$\text{則 } |\frac{dw}{dz}| = |\frac{du}{dx} + i \frac{dv}{dx}| = |\frac{dv}{dy} - i \frac{du}{dy}| \quad (3-3)$$

因此每一節點之 $|\frac{dw}{dz}|$ 值爲

$$\begin{aligned} |\frac{dw}{dz}|_j &= |(\frac{y_j}{x_j^2 + y_j^2} - \frac{\Delta h_j}{\Delta x_j}) \cdot \sin(\arg z_j + h_j) + i(\frac{-y_j}{x_j^2 + y_j^2} + \frac{\Delta h_j}{\Delta x_j}) \cdot \cos(\arg z_j + h_j)| \\ &= |(\frac{x_j}{x_j^2 + y_j^2} + \frac{\Delta h_j}{\Delta y_j}) \cdot \cos(\arg z_j + h_j) + i(\frac{x_j}{x_j^2 + y_j^2} + \frac{\Delta h_j}{\Delta y_j}) \cdot \sin(\arg z_j + h_j)| \end{aligned} \quad (3-4)$$

則每一節點之散射波速度勢爲

$$\phi_a(x_j, y_j) = \sum_{n=0}^{\infty} \partial_n i^n \frac{\partial r}{\partial n} \frac{-J'_n(kr_a)}{H_n^{(2)'}(k'_j a)} \cdot H_n^{(2)}(k'_j a) \cdot \cos n(\theta - \alpha) \quad (3-5)$$

其中 $k'_j = 1 / \left| \frac{dw}{dz} \right|_j \cdot k$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial n} &= \frac{\partial x}{\partial n} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial n} \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{1}{r_a} \left(-x_j \frac{\Delta y_j}{\Delta s_j} + y_j \frac{\Delta x_j}{\Delta s_j} \right) \\ &= \frac{r'}{r_a} \end{aligned} \quad (3-6)$$

而 $\Delta s_j, \Delta x_j, \Delta y_j$ 由圖 3-2 及下列方程式計算求得

$$\Delta s_j = \sqrt{(x_{j+1/2} - x_{j-1/2})^2 + (y_{j+1/2} - y_{j-1/2})^2}$$

$$\Delta x_j = x_{j+1/2} - x_{j-1/2}$$

$$\Delta y_j = y_{j+1/2} - y_{j-1/2}$$

$$r' = \left(-x_j \frac{\Delta y_j}{\Delta s_j} + y_j \frac{\Delta x_j}{\Delta s_j} \right)$$

$$\text{又 } \frac{-J'_n(kr_a)}{H_n^{(2)'}(k'a)} = \frac{a}{\left| \frac{dw}{dz} \right| \cdot r_a} \cdot \alpha_n, \quad \alpha_n = \frac{-nJ_n(kr_a) + kr_a J_{n+1}(kr_a)}{nH_n^{(2)'}(k'a) - k'a H_{n+1}^{(2)}(k'a)} \quad (3-7)$$

$$\text{因此 } \phi_a(x_j, y_j) = \sum_{n=0}^{\infty} \partial_n i^n \frac{1}{\left| \frac{dw}{dz} \right|_j} \cdot \frac{ar'}{r_a^2} \cdot \alpha_n \cdot H_n^{(2)}(k'_j a) \cdot \cos n(\theta - \alpha) \quad (3-8)$$

而每一節點之速度勢可求得為

$$\begin{aligned} \phi(x_j, y_j) &= \exp[ikr_a \cos(\theta - \alpha)] + \sum_{n=0}^{\infty} \partial_n i^n \cdot \frac{1}{\left| \frac{dw}{dz} \right|_j} \cdot \frac{ar'}{r_a^2} \cdot \alpha_n \cdot H_n^{(2)}(k'_j a) \cdot \\ &\quad \cos n(\theta - \alpha) \end{aligned} \quad (3-9)$$

每一節點上波壓力及水面波形為

$$\left. \begin{aligned} P_j / \rho g \zeta_0 &= \phi(x_j, y_j) e^{i\omega t} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ \zeta_j / \zeta_0 &= \phi(x_j, y_j) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

柱狀體所受波力為

$$\left. \begin{aligned} F_x / \rho g \zeta_0 h^2 &= \sigma^2 h / g \cdot 1 / (k h)^3 \cdot \sum_{j=1}^N \phi(x_j, y_j) \cdot k \cdot \Delta y_j \\ F_y / \rho g \zeta_0 h^2 &= \sigma^2 h / g \cdot 1 / (k h)^3 \cdot \sum_{j=1}^N \phi(x_j, y_j) \cdot k \cdot \Delta x_j \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

3-2 計算例及結果

本研究分別應用保角變換法及邊界元素法，數值計算矩形、橢圓形二種不同形狀断面柱狀體受波浪作用之波壓分佈。波浪條件為入射角度 0° ， 45° ； $\sigma^2 h / g = 0.25$ ， 0.5 ， 0.75 ， 1.0 ；而断面尺寸分別為矩形： $b/a = 0.5$ ， $a/h = 0.5$ ； $b/a = 0.5$ ， $a/h = 1.0$ ； $b/a = 1.0$ ， $a/h = 1.0$ 。橢圓形： $b/a = 0.25$ ， $a/h = 1.0$ ； $b/a = 0.5$ ， $a/h = 1.0$ ； $b/a = 0.75$ ， $a/h = 1.0$ ，等六種尺寸。而兩種方法計算結果比較於表一。

圖 1～圖 2 為矩形、橢圓形断面轉換至單位圓，其對應點之相關位置圖。圖 3～圖 11 為橢圓形断面之波壓分佈圖。圖 12～圖 22 為矩形断面波壓分佈圖。

3-3 討論

關於計算邊界上節點數之選取，於矩形断面上以等間隔分割，如 $b/a = 1.0$ ， $a/h = 1.0$ 之矩形断面，每邊取 15 點共計 60 點計算，為驗證精確度，特將節點數減半及加倍計算，計算結果之相對誤差，30 點與 60 點為 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ ，60 點與 120 點為 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ ，如表二。故選用 60 點計算。另於橢圓形断面上以 30 點做不等間隔分割計算，其計算結果與邊界元素法比較相當吻合。因此本方法之計算並不限定於只作等間隔之分割計算。

於計算中發現在原領域邊界上之計算節點若對稱於 x 軸（或 y 軸），則轉換至圓領域時，其相對應點亦對稱於 u 軸（或 v 軸）。亦即計算之源密度 $\sigma(r)$ 對稱於 x 軸（或 y 軸），因此對以後之計算於欲轉換之断面上分割節點時，儘可能讓其對稱於 x 軸（或 y 軸），則對 (2-11) 式 $\sigma(r)$ 之求解方程式可減少一半，節省了計算時間。另由圖 1，圖 2 知，若計算節點在 x 軸（或 y 軸）上，轉換後相對應點亦在 u 軸（或 v 軸）上。因此，對以後之計算可將此種對應視為已知，用以檢查保角變換函數計算之正確性。

四、結 論

由本研究之計算，可確定保角變換應用於波浪之可行性，雖然本文僅對於波浪線型部份加以討論，但對於非線型部份之研究，亦可應用同樣的方法，將所欲求解之任意形狀断面之柱狀體轉換至可簡單求解之圓断面柱狀體，而關於圓柱體考慮非線型之波力分析，已有若干成果可供參考，因此，可於圓断面柱狀體上簡單求得考慮波浪非線型部份之解，轉換回原領域，即可求得任意形狀断面柱狀體考慮非線型波浪作用之波壓分佈。

對於其他相關之非線型波浪問題，亦可應用保角變換法來解析，只要求得一適當之變換函數，將原非線型領域轉換至可簡單求解之領域，即可容易求解非線型波浪問題。

五、參考文獻

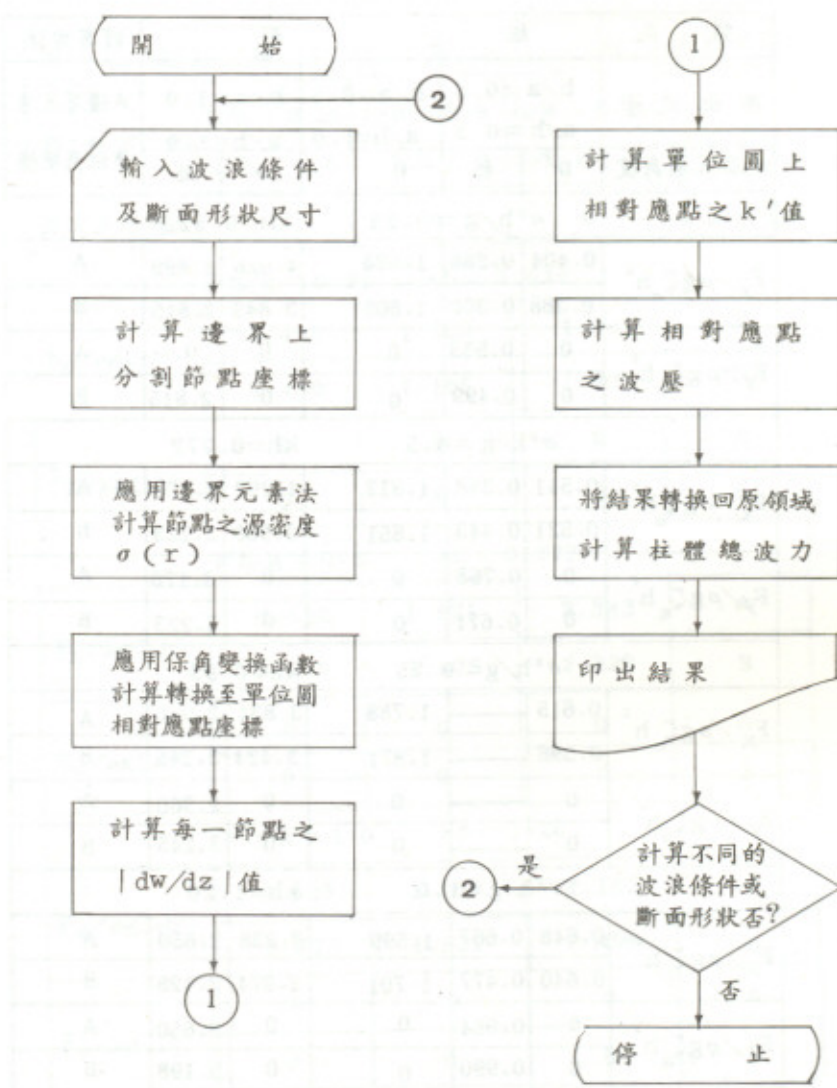
1. Ijima, T., C.R. Chou & Y. Yumura " Scattering of Waves by Permeable and Impermeable Break Water of Arbitrary Shape", proceeding of the 14th Coastal Engineering Conference, Copenhagen, Denmark, pp.1886-1905, June, 1974.
2. Michael de st. Q. Isaacson, "Vertical Cylinders of Arbitrary Section in Wsves", Journal of the Waterway, port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol 14, No WW4, pp.309-324, AUG, 1978.
3. Symm, G.T. "An Integral Equation Method in Conformal Mapping", Division of Applied Mathematics, pp.250-258, 1966.
4. 周宗仁 "邊界元素法在波浪力學之應用" 國立臺灣海洋學院河海工程學會, pp. 187 - 191 , 民國 72 年。
5. Brebbia C.A. and S. Walker "Dynamic Analysis of Offshore Structure", Newnes-Butterworth. pp.145-194, 1979.
6. Appel D. W., P. G. Hibbar, L. Landweber, E.M. Laursen, J.S. McNown, H. Rouce, T.T. Siao, A. Toch and C.S. Yih "Advanced Mechanics of Fluids", John Wiley & Sons, pp.158-161, 1959.
7. Papamichael N. and J.R. Whiteman "A Numerical Conformal Transformation Method for Harmonic Mixed Boundary Value problems in polygonal Domains" Journal of Applied Mathematics and Physics Vol.24, pp.304-316, 1973.

ABSTRACT

The purpose of this study is to apply Conformal Mapping method to analysis wave forces exerted on cylinder of arbitrary section. The assessment of wave forces that offshore structures will be subjected to is important. The advent of large gravity structures has created a demand for a general analytical method permitting the caculation of wave forces exerted on cylinder of arbitrary section. Numerical application of Conformal Mapping will serve to fill this need.

First of all, We'll apply Conformal Mapping to transform the cross section of arbitrary shape into unit circle. As the wave forces exerted on circular cylinder can be found by theory. Then the wave forces exerted on cylinder of arbitrary section will be obtained.

In this study, we try to verify the accuracy of Conformal Mapping method which apply to solve the problems of water waves. We take the cross-section of rectangle and ellipse for example to caculate the linear wave pressure distribution on them. Besides, We use Boundary Element method to solve above problems. Good agreement is noted between the two methods.



保角變換解析柱狀體波壓分佈之計算流程

型 式	矩 形					計 算 方 法	
斷 面 尺 寸	b/a=0.5		b/a=0.5		b/a=1.0		A 邊界元素 B 保角變換
	a/h=0.5		a/h=1.0		a/h=1.0		
波 浪 入 射 角 度	0	45	0	0	45		
$\sigma^2 h/g = 0.25$ $kh = 0.522$							
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.404	0.288	1.528	4.026	2.899	A	
	0.388	0.300	1.505	3.843	2.815	B	
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	0.553	0	0	0	A	
	0	0.499	0	0	2.815	B	
$\sigma^2 h/g = 0.5$ $kh = 0.772$							
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.541	0.388	1.812	4.292	3.178	A	
	0.521	0.443	1.851	3.988	3.223	B	
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	0.768	0	0	3.178	A	
	0	0.671	0	0	3.223	B	
$\sigma^2 h/g = 0.75$ $kh = 0.99$							
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.615	——	1.788	3.834	2.960	A	
	0.598	——	1.871	3.424	3.245	B	
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	——	0	0	2.960	A	
	0	——	0	0	3.245	B	
$\sigma^2 h/g = 1.0$ $kh = 1.20$							
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.648	0.667	1.599	3.238	2.650	A	
	0.640	0.477	1.701	2.974	3.198	B	
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	0.954	0	0	2.650	A	
	0	0.990	0	0	3.198	B	

表一~1：矩形斷面柱狀體波力計算結果

型 式	橢 圓 形			計 算 方 法
斷 面 尺 寸	$b/a = 0.25$	$b/a = 0.5$	$b/a = 0.75$	A 邊界元素 B
	$a/h = 1.0$	$a/h = 1.0$	$a/h = 1.0$	
波浪入射角度	0	0	0	保角變換
$\sigma^2 h/g = 0.25 \quad kh = 0.522$				
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.455	1.100	1.941	A
	0.480	1.155	1.921	B
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	0	0	A
	0	0	0	B
$\sigma^2 h/g = 0.5 \quad kh = 0.772$				
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.580	1.371	2.343	A
	0.617	1.475	2.320	B
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	0	0	A
	0	0	0	B
$\sigma^2 h/g = 1.0 \quad kh = 1.20$				
$F_x/\rho g \zeta_0 h^2$	0.623	1.366	2.153	A
	0.673	1.527	2.406	B
$F_y/\rho g \zeta_0 h^2$	0	0	0	A
	0	0	0	B

表一~2：橢圓形斷面柱狀體波力計算結果

$\frac{E}{\rho g \zeta_0}$ 座標	節點數	30	60	120	30點與60點 相對誤差	120點與60點 相對誤差
		$\sigma^2 h/g = 0.25$			$kh = 0.522$	
$(-1, 0)$		0.9508	0.9385	0.9381	1.3×10^{-2}	4.3×10^{-4}
$(0, 1)$		1.0228	1.0316	1.0325	8.5×10^{-3}	8.7×10^{-4}
$(1, 0)$		1.6668	1.6933	1.6978	1.6×10^{-2}	2.6×10^{-3}
$E_x / \rho g \zeta_0 h^2$		3.8662	3.8434	3.8395	5.9×10^{-3}	1.0×10^{-3}
		$\sigma^2 h/g = 0.5$			$kh = 0.772$	
$(-1, 0)$		0.8460	0.8261	0.8260	2.4×10^{-2}	1.2×10^{-4}
$(0, 1)$		1.1546	1.1705	1.1735	1.4×10^{-2}	2.6×10^{-3}
$(1, 0)$		1.7661	1.7700	1.7730	2.2×10^{-3}	1.7×10^{-3}
$E_x / \rho g \zeta_0 h^2$		4.0028	3.9881	3.9833	3.7×10^{-3}	1.2×10^{-3}

表二：b/a=1.0, a/h=1.0時矩形断面分割節點精度比較

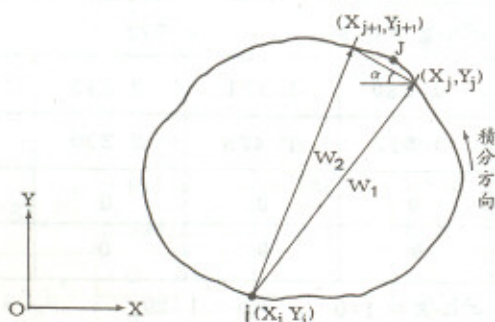


圖 2-1 g_{ij} 之計算

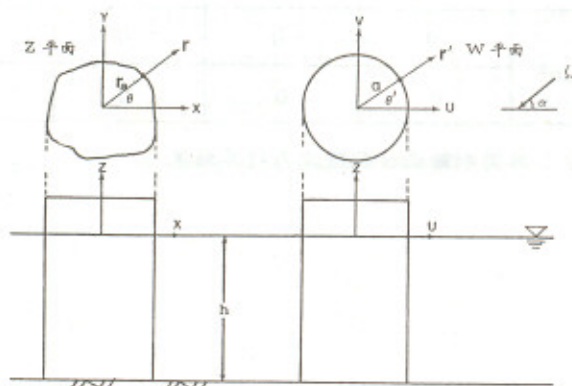


圖 2-2 定義圖

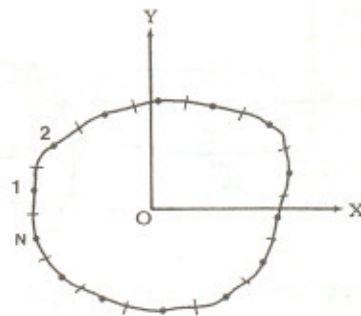


圖 3 - 1 分割節點圖

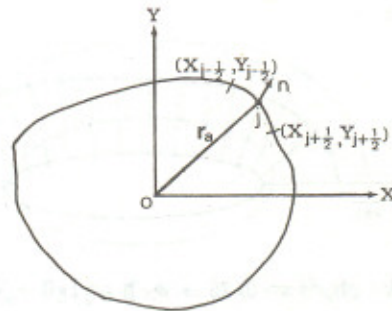


圖 3 - 2 $\frac{\partial r}{\partial n}$ 之計算

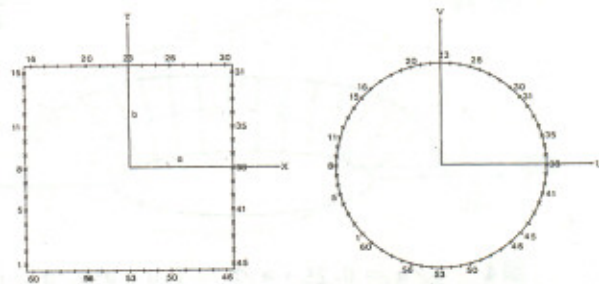


圖 1 矩形斷面轉換為單位圓之對應點圖

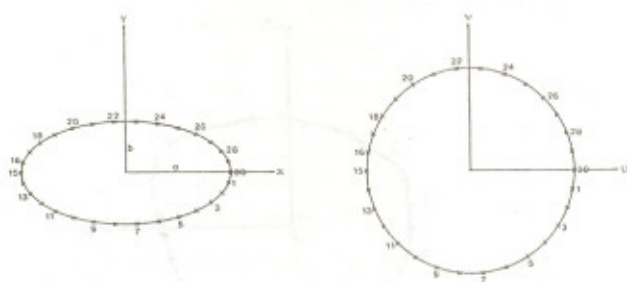


圖2 橢圓形斷面轉換為單位圓之對應點圖

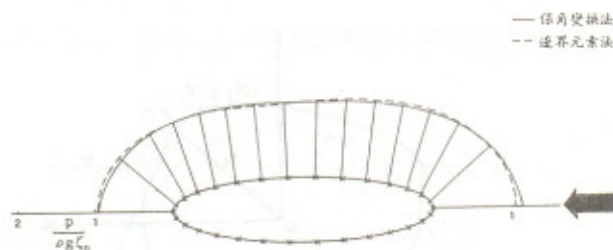


圖3 $b/a = 0.25$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 0.25$,
 $kh = 0.522$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖



圖4 $b/a = 0.25$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 0.5$,
 $kh = 0.772$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖



圖5. $b/a = 0.25$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 1.0$,
 $kh = 1.2$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

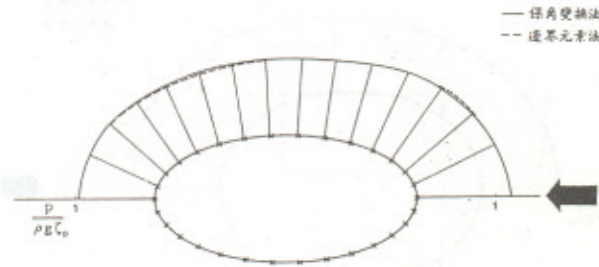


圖6. $b/a = 0.5$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 0.25$,
 $kh = 0.522$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

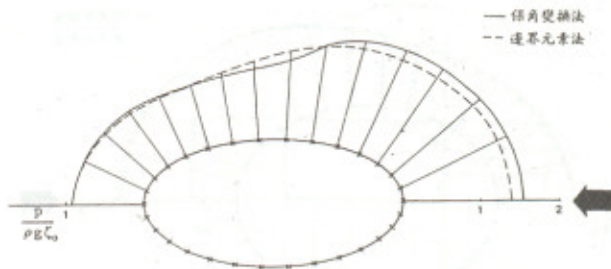


圖7. $b/a = 0.5$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 0.5$,
 $kh = 0.772$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

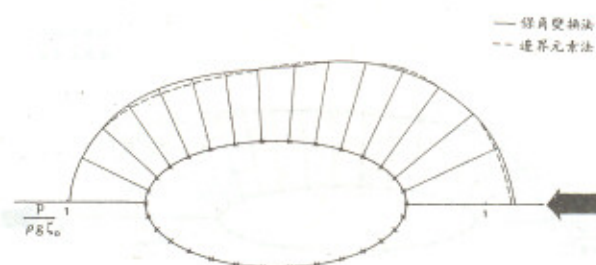


圖8 $b/a = 0.5$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 1.0$,
 $kh = 1.2$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

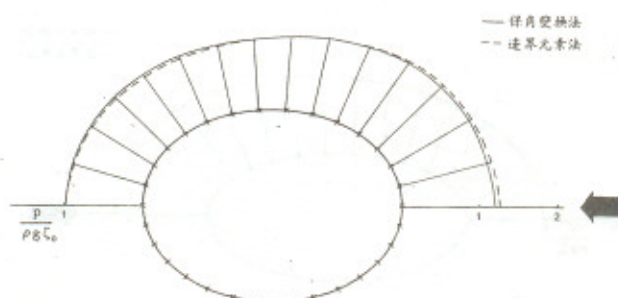


圖9 $b/a = 0.75$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 0.25$,
 $kh = 0.522$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

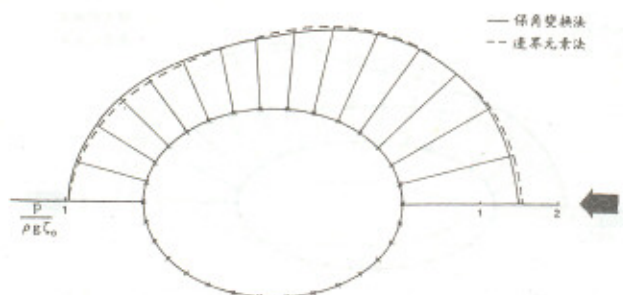


圖10 $b/a = 0.75$, $a/h = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 0.5$,
 $kh = 0.772$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

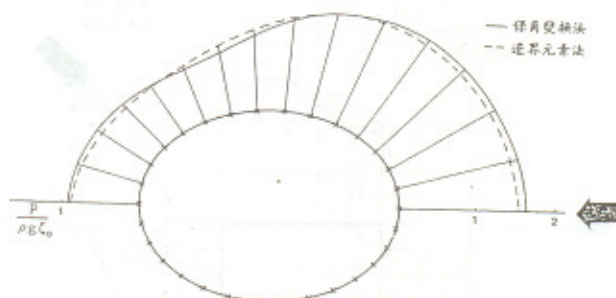


圖11. $b/a = 0.75$, $h/a = 1.0$, $\sigma^2 h/g = 1.0$,
 $kh = 1.2$ 時橢圓形斷面波壓分佈圖

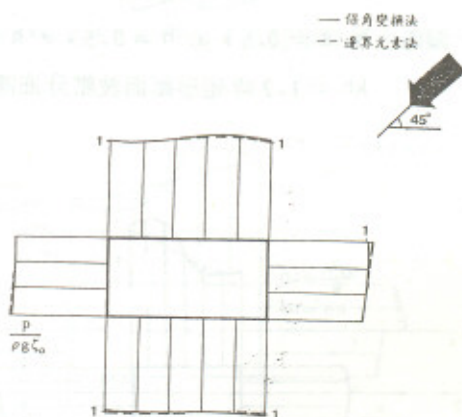


圖12. $b/a = 0.5$, $a/h = 0.5$, $\sigma^2 h/g = 0.25$,
 $kh = 0.522$ 時矩形斷面波壓分佈圖

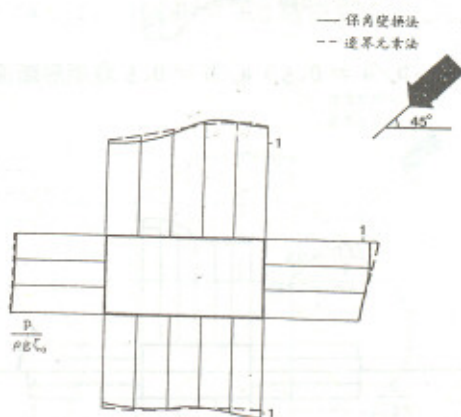


圖13. $b/a = 0.5$, $a/h = 0.5$, $\sigma^2 h/g = 0.5$,
 $kh = 0.772$ 時矩形斷面波壓分佈圖

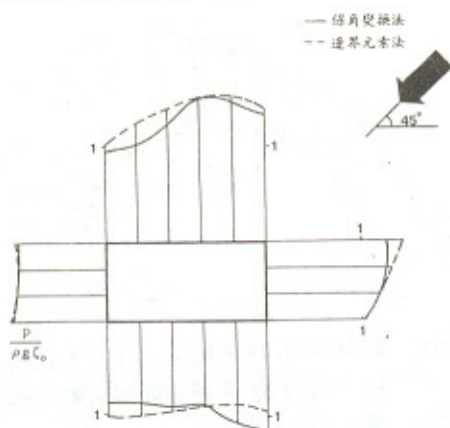


圖14. $b/a = 0.5$, $a/h = 0.5$, $\sigma^2 h/g = 1.0$,
 $kh = 1.2$ 時矩形斷面波壓分佈圖

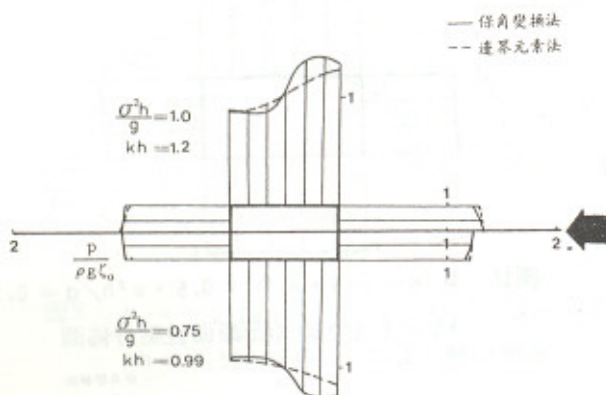


圖15. $b/a = 0.5$, $a/h = 0.5$ 時矩形斷面波壓分佈圖

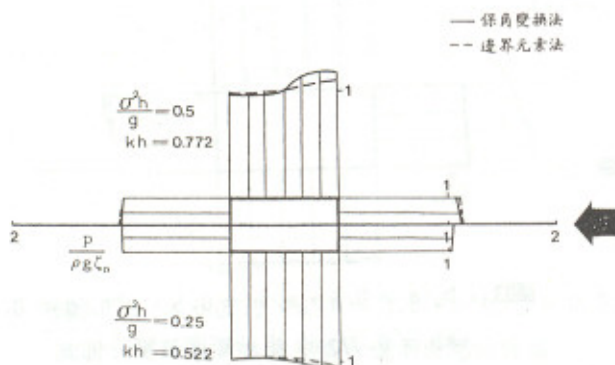


圖16. $b/a = 0.5$, $a/h = 0.5$ 時矩形斷面波壓分佈圖

應用保角變換解析大口徑柱狀波浪力

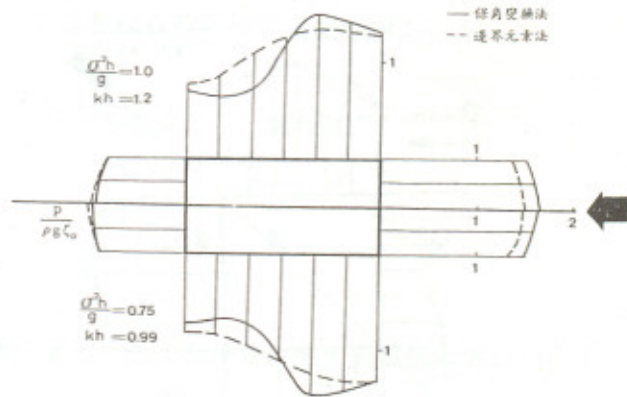


圖17. $b/a = 0.5, a/h = 1.0$ 時矩形斷面波壓分佈圖

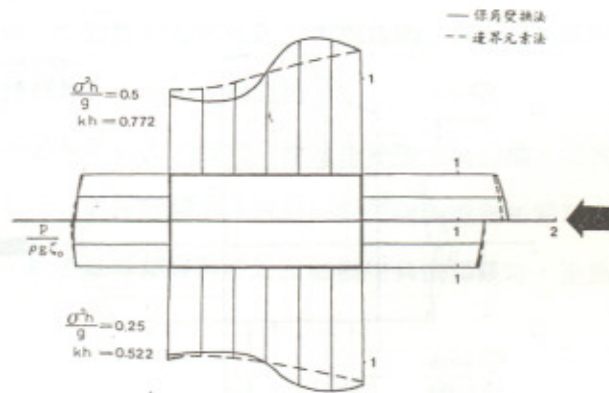


圖18. $b/a = 0.5, a/h = 1.0$ 時矩形斷面波壓分佈圖

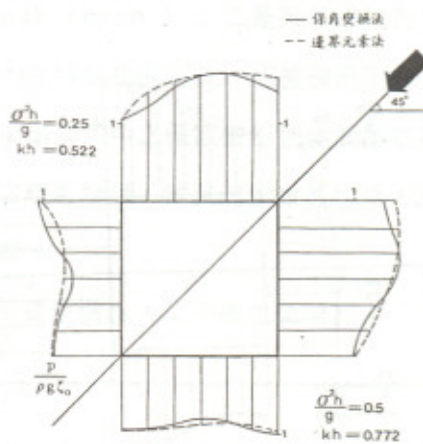


圖19. $b/a = 1.0, a/h = 1.0$ 時矩形斷面波壓分佈圖

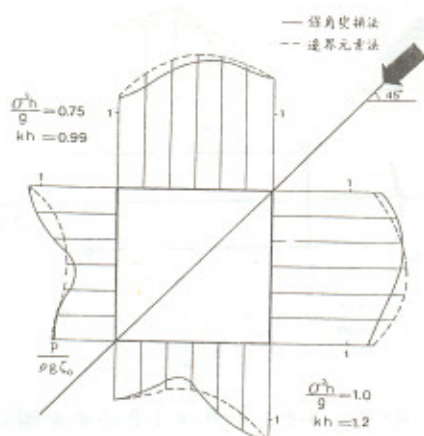


圖20. $b/a = 1.0, a/h = 1.0$ 時矩形斷面波壓分佈圖

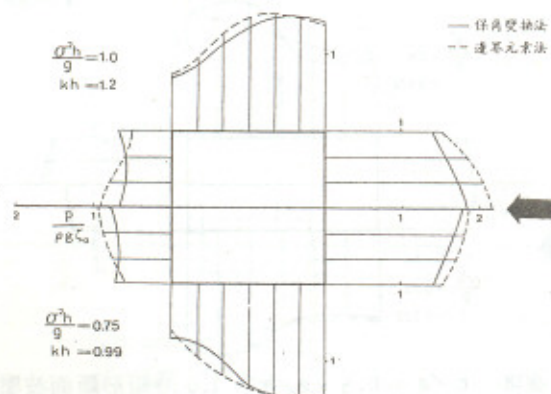


圖21. $b/a = 1.0, a/h = 1.0$ 時矩形斷面波壓分佈圖

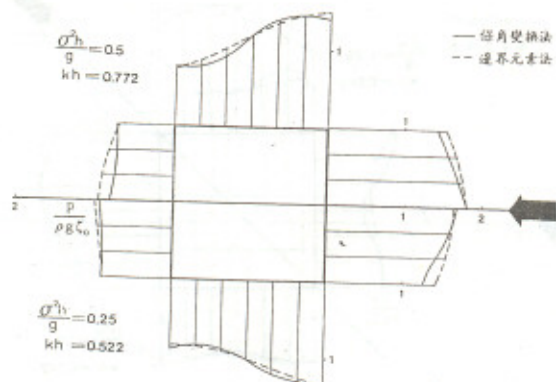


圖22. $b/a = 1.0, a/h = 1.0$ 時矩形斷面波壓分佈圖