

周宗仁\*

林焯圭\*\*

### 摘 要

本文係將周<sup>(1)</sup>(1980)應用“有限領域法”解析港池水面波動問題中，再考慮波浪在水深方向之變化，而對水深方向進行分割，以提高計算精度。本文並利用一矩形港池進行模型試驗與數值計算相比較，結果大致吻合。

### 一、前 言

周于1980年曾利用3次元Green公式解析任意水深及地形之港池波高分佈。在該文獻中，係將港池分割成任意個領域，首先將各領域內邊界面上之速度勢及其法線方向導函數，利用3次元Green公式，以一次關係式表示。再利用各領域相接邊界面上，流體運動必須連續之條件，求出各相接邊界面上，速度勢之法線方向導函數間之相互關係。首先求出與等水深外海領域相接邊界面上之法線方向流速，再逐次求出各相接邊界面上之法線方向流速，進而求得自由水面上之速度勢，而得水面波形。

然而，在該項研究中，為節省電子計算機之計算時間，對於水深方向，假設流體運動之速度勢及其導函數，不受深度影響，而以各分割元素之中間點函數值為其代表值。此種假設之數值計算與實際之水面波動情形相比較，有偏小之趨勢。本文為更加提高數值解析的精度，再對水深方向進行分割，使其更接近於實際狀況。同時，又進行水工模型試驗以相印證。

### 二、理論解析

對於一任意地形及水深之港池，如圖1所示。在靜水面上取座標原點O，水平面內取x、y軸，z軸為鉛直向上。現將該水域分割成外海等深領域及數個港內領域，並假定 $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ 兩段海岸線為完全消波之自然海灘，其餘岸壁則為完全反射之直立不透水岸壁。

\* 國立臺灣海洋學院河海工程學系教授

\*\* 國立臺灣海洋學院河海工程學系助教

為進行數值解析港池波動問題，首先假設當一定週頻率  $\sigma (=2\pi/T, T$  為波之週期)，振幅為  $\zeta_0$  之簡諧運動波入射時，流體運動為非壓縮性、非粘性及無迴旋性之理想流體之微小振幅波運動。則各領域之流體運動均可視為持有速度勢。速度勢  $\Phi(x, y, z; t)$  可寫成

$$\Phi(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, y, z) \exp(-i\sigma t) \quad (2.1)$$

型式之速度勢。其中， $g$  為重力加速度。  
而  $\phi(x, y, z)$  應滿足 Laplace 方程式，即

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.2)$$

相關之邊界條件有：

(a) 自由水面之邊界條件

由於自由水面上之大氣壓力一定及運動學條件，可得自由水面之邊界條件為

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi \quad z = 0 \quad (2.3)$$

(b) 不透水岸壁之邊界條件

不透水之固定邊界，其法綫方向流速為 0，即

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = 0 \quad (2.4)$$

$\nu$ ：單位法綫向量，以向外為正。

(c) 不透水海底之邊界條件

不透水海底底面，其法綫方向流速亦為 0，即

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = 0 \quad (2.5)$$

## 2.1 等水深外海領域之速度勢

若假設在某一適當位置上，流體運動滿足 Sommerfeld 之輻射條件，可假定該處為一假想邊界面。又假設外海領域之水深一定，則由式 (2.2) 及 (2.5)，可利用分離變數法，將速度勢函數  $\phi(x, y, z)$  分離成爲依自由水面邊界條件而定之，與水深  $z$  有關的已知函數及與平面位置有關的函數，如下式所示：

$$\phi_{out}(x, y, z) = [f^0(x, y) + f^*(x, y)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (2.6)$$

其中，

$k$  為  $kh \tanh kh = \sigma^2 h/g$  之根

$f^0$  及  $f^*$  分別為入射波及因港口存在所引起之散射波之速度勢。

若入射波之水面波形  $\zeta_1(x, y; t)$  以下式表示：

$$\zeta_1(x, y; t) = \zeta_0 \cos [k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t] \quad (2.7)$$

則

$$f^0(x, y) = -i \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)] \quad (2.8)$$

其中， $\omega$  為波浪入射角

又， $f^*(x, y)$  應為能滿足 Helmholtz 方程式之未知函數

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0 \quad (2.9)$$

根據文獻(2)在解析一定水深領域之波浪邊界值問題時所採用之方法，外海領域內任意點  $(x, y)$  向邊界面上之點  $(\xi', \eta')$  接近時，由於 Hankel 函數  $H_0^{(1)}(kR_{ij})$  之特異性，邊界面上之  $f^*(\xi', \eta')$  可以下式表示：

$$f^*(\xi', \eta') = \int_D [f^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (-\frac{1}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij})) - (-\frac{1}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij})) \frac{\partial}{\partial \nu} f^*(\xi, \eta)] ds \quad (2.10)$$

其中， $R_{ij} = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2}$

由於對複雜之港池形狀，式(2.10)無法直接求其理論解，應用文獻(2)所述之方法，可表為下列之矩陣形式。

$$F^* = K^* F^* \quad (2.11)$$

其中，

$$K^* = H^{-1} G \quad (2.12)$$

$$H = [H_{ij}]$$

$$H_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij} & i \neq j \\ \hat{H}_{ij} + \frac{1}{2} & i = j \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\hat{H}_{ij} = \int_{ds_j} \frac{\partial}{\partial \nu} (-\frac{1}{4} H_0^{(1)}(kR_{ij})) ds_j \quad (2.14)$$

$$\approx \begin{cases} \frac{i}{4} k H_1^{(1)}(k R_{ij}) \left[ \frac{\partial R_{ij}}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial R_{ij}}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial s} \right] \Delta s_j & i \neq j \\ \frac{1}{4\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \eta_s \xi_{ss}) \Delta s_j & i = j \end{cases} \quad (2.15)$$

而  $\Delta s_j$  為  $j$  元素之綫分長

$$G = [G_{ij}]$$

$$G_{ij} = \int_{\Delta s_j} -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k R_{ij}) ds \quad (2.16)$$

$$\approx \begin{cases} -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k R_{ij}) \Delta s_j & i \neq j \\ \frac{1}{\pi} \left[ \gamma - 1 + \ell_n \frac{k \Delta s_j}{4} - i \frac{\pi}{2} \right] \Delta s_j & i = j \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\gamma = 0.577216 \quad (\text{Euler 常數})$$

$$\bar{F}^* = \left[ \frac{\partial F^*}{\partial \nu} \right] \quad (2.18)$$

## 2.2 任意地形及水深港池領域之速度勢

如圖 2 所示，對由一閉曲面  $A$  所圍成之三次元空間領域內，若任意點  $(x, y, z)$  上之速度勢函數  $\phi(x, y, z)$  滿足 Laplace 方程式，則如文獻(1)中所述，當任意點  $(x, y, z)$  向邊界面  $A$  上之一特定點  $(\xi', \eta', \zeta')$  時，若考慮距離  $r \rightarrow 0$  之極限，則由於  $1/r$  之特異性，可得下列方程式

$$\phi(\xi', \eta', \zeta') = \int_A \left[ \left( \frac{1}{2\pi} \frac{1}{R} \right) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi(\xi, \eta, \zeta) - \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left( \frac{1}{2\pi} \frac{1}{R} \right) \right] dA \quad (2.19)$$

$$\text{其中, } R = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2}$$

對任意形狀之領域  $A$  而言，上式須以數值計算求解。若將閉曲面  $A$  分割成  $N$  個微小面分，各面分  $\Delta A_j$  之中點以  $(\xi_j, \eta_j, \zeta_j)$  表示（即以該元素取四個端點座標之平均值），並假定面分  $\Delta A_j$  內之函數值以中點之值來代表，則式(2.19)可表為下列之矩陣形式

$$\Phi = K \bar{\Phi} \quad (2.20)$$

其中，

$$\Phi = [\phi_j] \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (2.21)$$

$$\bar{\Phi} = \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_j \right] \quad (2.22)$$

$$K = H^{-1}G \quad (2.23)$$

$$H = [H_{ij}]$$

$$H_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij} & i \neq j \\ \hat{H}_{ij} + 1/2 & i = j \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\hat{H}_{ij} = \int_{dA_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left( \frac{1}{4\pi R_{ij}} \right) dA$$

$$\approx \begin{cases} -\frac{1}{4\pi R_{ij}^2} \left[ \frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \left( \frac{\partial \xi}{\partial \nu} \right)_j + \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \nu} \right)_j + \frac{\zeta_j - \zeta_i}{R_{ij}} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial \nu} \right)_j \right] \Delta A_j & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases} \quad (2.25)$$

$$G = [G_{ij}]$$

$$G_{ij} = \int_{dA_j} \frac{1}{4\pi R_{ij}} dA \quad (2.26)$$

$$\approx \begin{cases} \frac{1}{4\pi R_{ij}} \Delta A_j & i \neq j \\ \frac{\alpha_j}{\pi \Delta A_j} \Delta A_j & i = j \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\alpha_j = \frac{\int_0^{2\pi} a(\theta) d\theta}{2\sqrt{\pi \Delta A_j}} \quad (2.28)$$

：為面分  $A_j$  之形狀修正係數

$a(\theta)$ ：該面分  $A_j$  之中點至周邊任一點之距離。

### 三、數 值 分 析

#### 3.1 $n = 0$ 領域之速度勢 $\phi^{(0)}(x, y, z)$

將圖 1 之 0 區領域之閉曲面分割成前假想面  $A_1^{(0)}$ ，自由水面  $A_2^{(0)}$ ，海底及岸壁所組成之不透水面  $A_3^{(0)}$  等三部份，各邊界面分別以  $m_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 個一定四角形元素進行分割，則式 (2.20) 可分割成

$$\begin{pmatrix} \Phi_1^{(0)} \\ \Phi_2^{(0)} \\ \Phi_3^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(0)} & K_{12}^{(0)} & K_{13}^{(0)} \\ K_{21}^{(0)} & K_{22}^{(0)} & K_{23}^{(0)} \\ K_{31}^{(0)} & K_{32}^{(0)} & K_{33}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Phi}_1^{(0)} \\ \bar{\Phi}_2^{(0)} \\ \bar{\Phi}_3^{(0)} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

由於式 (2.4) 及 (2.5) 之邊界條件，得

$$\bar{\Phi}_3^{(0)} = 0$$

又由式 (2.3) 得

$$\bar{\Phi}_2^{(0)} = \frac{\sigma^2}{g} \Phi_2^{(0)} \quad (3.2)$$

故式 (3.1) 可寫成

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1^{(0)} = K_{11}^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(0)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{12}^{(0)} \bar{\Phi}_2^{(0)} \\ \Phi_2^{(0)} = K_{21}^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(0)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{22}^{(0)} \bar{\Phi}_2^{(0)} \end{array} \right. \quad (3.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1^{(0)} = K_{11}^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(0)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{12}^{(0)} \bar{\Phi}_2^{(0)} \\ \Phi_2^{(0)} = K_{21}^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(0)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{22}^{(0)} \bar{\Phi}_2^{(0)} \end{array} \right. \quad (3.4)$$

由式 (3.4) 可得

$$\bar{\Phi}_2^{(0)} = -T^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(0)} \quad (3.5)$$

其中， $T^{(0)} = \left[ \frac{\sigma^2}{g} K_{22}^{(0)} - I \right]^{-1} K_{21}^{(0)}$  (3.6)

又將式 (3.5) 代入式 (3.3)，可得前假想面上  $\bar{\Phi}_1^{(0)}$  與  $\bar{\Phi}_1^{(0)}$  間之一次關係式

$$\bar{\Phi}_1^{(0)} = S^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(0)} \quad (3.7)$$

其中， $S^{(0)} = K_{11}^{(0)} - \frac{\sigma^2}{g} K_{12}^{(0)} T^{(0)}$  (3.8)

### 3.2 第 n 領域 ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 之速度勢 $\Phi^{(n)}(x, y, z)$

將第 n 區領域之閉曲面分割成前假想面  $A_1^{(n)}$ ，自由水面  $A_2^{(n)}$ ，後假想面  $A_3^{(n)}$ ，不透水海底及岸壁所組成之邊界面  $A_4^{(n)}$ 。各邊界面亦分別以  $m_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 個一定四角形元素加以分割，則式 (2.20) 可分割成

$$\begin{pmatrix} \Phi_1^{(n)} \\ \Phi_2^{(n)} \\ \Phi_3^{(n)} \\ \Phi_4^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(n)} & K_{12}^{(n)} & K_{13}^{(n)} & K_{14}^{(n)} \\ K_{21}^{(n)} & K_{22}^{(n)} & K_{23}^{(n)} & K_{24}^{(n)} \\ K_{31}^{(n)} & K_{32}^{(n)} & K_{33}^{(n)} & K_{34}^{(n)} \\ K_{41}^{(n)} & K_{42}^{(n)} & K_{43}^{(n)} & K_{44}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Phi}_1^{(n)} \\ \bar{\Phi}_2^{(n)} \\ \bar{\Phi}_3^{(n)} \\ \bar{\Phi}_4^{(n)} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

由式(2.4)及(2.5)之邊界條件，可得

$$\bar{\Phi}_4^{(n)} = 0$$

又由式(2.3)得

$$\bar{\Phi}_2^{(n)} = \frac{\sigma^2}{g} \Phi_2^{(n)}$$

故式(3.9)可改寫成

$$\Phi_1^{(n)} = K_{11}^{(n)} \bar{\Phi}_1^{(n)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{12}^{(n)} \bar{\Phi}_2^{(n)} + K_{13}^{(n)} \bar{\Phi}_3^{(n)} \quad (3.10)$$

$$\Phi_2^{(n)} = K_{21}^{(n)} \bar{\Phi}_1^{(n)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{22}^{(n)} \bar{\Phi}_2^{(n)} + K_{23}^{(n)} \bar{\Phi}_3^{(n)} \quad (3.11)$$

$$\Phi_3^{(n)} = K_{31}^{(n)} \bar{\Phi}_1^{(n)} + \frac{\sigma^2}{g} K_{32}^{(n)} \bar{\Phi}_2^{(n)} + K_{33}^{(n)} \bar{\Phi}_3^{(n)} \quad (3.12)$$

由式(3.11)可得

$$\bar{\Phi}_2^{(n)} = -T_1^{(n)} \bar{\Phi}_1^{(n)} - T_3^{(n)} \bar{\Phi}_3^{(n)} \quad (3.13)$$

其中，

$$T_1^{(n)} = \left[ \frac{\sigma^2}{g} K_{22}^{(n)} - I \right]^{-1} K_{21}^{(n)} \quad (3.14)$$

$$T_3^{(n)} = \left[ \frac{\sigma^2}{g} K_{22}^{(n)} - I \right]^{-1} K_{23}^{(n)} \quad (3.15)$$

又將式(3.13)代入(3.10)及(3.12)分別得

$$\Phi_1^{(n)} = S_{11}^{(n)} \bar{\Phi}_1^{(n)} + S_{13}^{(n)} \bar{\Phi}_3^{(n)} \quad (3.16)$$

$$\Phi_3^{(n)} = S_{31}^{(n)} \bar{\Phi}_1^{(n)} + S_{33}^{(n)} \bar{\Phi}_3^{(n)} \quad (3.17)$$

其中，

$$\begin{aligned}
 S_{11}^{(n)} &= K_{11}^{(n)} - \frac{\sigma^2}{g} K_{12}^{(n)} T_1^{(n)} \\
 S_{13}^{(n)} &= K_{13}^{(n)} - \frac{\sigma^2}{g} K_{12}^{(n)} T_3^{(n)} \\
 S_{31}^{(n)} &= K_{31}^{(n)} - \frac{\sigma^2}{g} K_{32}^{(n)} T_1^{(n)} \\
 S_{33}^{(n)} &= K_{33}^{(n)} - \frac{\sigma^2}{g} K_{32}^{(n)} T_3^{(n)}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

### 3.3 各相接邊界面上之力學條件

由兩領域間之流體運動引起之質量及能量流束必須連續之條件可得

(a)第 0 及第 1 區之相接邊界面上

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_3^{(0)} &= \Phi_1^{(0)} \\
 \bar{\Phi}_3^{(0)} &= -\bar{\Phi}_1^{(0)}
 \end{aligned} \right\} \tag{3.19}$$

將式 (3.7) 及 (3.17) 代入上式可得

$$\bar{\Phi}_1^{(0)} = P^{(0)} \bar{\Phi}_1^{(1)} \tag{3.20}$$

$$\text{其中, } P^{(0)} = [S_{33}^{(1)} + S^{(0)}]^{-1} S_{31}^{(1)} \tag{3.21}$$

(b)第 n-1 及 n 區之相接邊界面上

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi^{(n-1)} &= \bar{\Phi}_3^{(n)} \\
 \bar{\Phi}_1^{(n-1)} &= -\bar{\Phi}_3^{(n)}
 \end{aligned} \right\} \tag{3.22}$$

將式 (3.16) 及 (3.17) 代入上式可得

$$\bar{\Phi}_1^{(n-1)} = P^{(n-1)} \bar{\Phi}_1^{(n)} \tag{3.23}$$

$$\text{其中, } P^{(n-1)} = [S_{33}^{(n)} + S_{11}^{(n-1)} - S_{13}^{(n-1)} P^{(n-2)}]^{-1} S_{31}^{(n)} \tag{3.24}$$

(c)第 N 區與外海之相接邊界面上



$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_i^{(0)} &= [F^0 + F^*] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \end{aligned} \right. \quad (3.25)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Phi}_i^{(0)} &= -[\bar{F}^0 + \bar{F}^*] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \end{aligned} \right. \quad (3.26)$$

### 3.4 解析方法

本文為考慮波浪在水深方向之變化，對式(3.26)之兩端同乘以  $\cosh k(z+h)$ ，再對  $z$  方向積分之。如圖3所示，對任一面分  $i$  而言

$$\int_{-h}^0 (\bar{\phi}_i^{(0)})_j \cosh k(z_i+h) dz = \int_{-h}^0 -[\bar{f}_i^0 + \bar{f}_i^*] \frac{\cosh^2 k(z_i+h)}{\cosh kh} dz \quad (3.27)$$

左式對  $z$  方向分割，用近似值求解，右式直接積分得

$$\sum_{j=1}^n (\bar{\phi}_i^{(0)})_{ij} \cosh k(z_{ij}+h) \Delta z_{ij} = -[\bar{f}_i^0 + \bar{f}_i^*] / \alpha \quad (3.28)$$

其中，

$$\alpha = \frac{1}{4k} [(\sinh 2kh + 2kh) / \cosh kh] \text{ 對一特定週期之入射波而言，為一常數。}$$

$$\text{故 } \bar{f}_i^* = -\left[ \sum_{j=1}^n (\bar{\phi}_i^{(0)})_{ij} \cosh k(z_{ij}+h) \Delta z_{ij} \right] \cdot \alpha - \bar{f}_i^0 \quad (3.29)$$

代入式(3.25)，又因  $F^* = K^* \bar{F}^*$ ，故得

$$(\phi_i^{(0)})_{ij} = [f_i^0 - K^* \left( \left[ \sum_{j=1}^n (\bar{\phi}_i^{(0)})_{ij} \cosh k(z_{ij}+h) \Delta z_{ij} \right] \cdot \alpha + \bar{f}_i^0 \right)] \cdot \frac{\cosh k(z_{ij}+h)}{\cosh kh} \quad (3.30)$$

以矩陣形式表之

$$\Phi_i^{(0)} = R[F^0 - K^* \bar{F}^0 - \alpha K^* Q \bar{\Phi}_i^{(0)}] \quad (3.31)$$

其中，

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & & & & & \\ R_{12} & & & & & \\ R_{13} & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & \\ R_{1n} & R_{21} & & & & \\ & R_{22} & & & & \\ & R_{23} & & & & \\ & \vdots & & & & \\ & R_{2n} & R_{m1} & & & \\ 0 & & R_{m2} & & & \\ & & \vdots & & & \\ & & R_{ma} & & & \end{bmatrix} \quad (3.32)$$



入射波浪係採垂直於海岸綫入射之進行波，討論範圍自  $\sigma^2 h/g = 0.05$  至  $3.0$ 。結果如圖 8 ~ 10 中所示之實綫部份。港池自由水面波動之比較，係選取  $\sigma^2 h/g = 1.0, 1.6$  及  $2.4$  三個未發生共振之入射波，沿 A - A 斷面作同一週期，三種坡度之比較，如圖 11 所示。

## 五、模型試驗

本模型試驗是在平面造波水槽中進行，造波機為懸臂自走式造波機，造波板長 8 公尺。波高之測定採用容量式波高計，進行外海入射波高及港澳中央固定點（距岸壁  $h_0/6$  處）波高之測定。模型採長寬比為  $5:1$ ，港寬等於外海水深  $h_0$  之等深矩形港池。

試驗進行時，以垂直於海岸綫方向， $\sigma^2 h/g$  介於  $0 \sim 3.0$  間之波浪入射（入射波高以距港口 2 公尺處之量測值為準，波高取在  $h_0/10$  左右），並取第六至第九個波浪間之波形記錄進行判讀，所得值除以一倍入射波高，以 (●) 標示於圖 8 中。

## 六、討論與比較

比較圖 8 中之計算值與試驗值，於第 1 共振峯處，由於波浪為長週期波，在試驗水槽中，波浪很快受到池壁反射之影響，而無法量測。第 2 及第 3 共振峯處之發生週期與  $K_D$  值大致吻合。第 4 及第 5 共振峯處，則由於試驗室中，短週期波浪之能量有發散現象，試驗值有偏小的現象。但就整體而言，理論計算與模型試驗之結果大致吻合。

在理論計算上之比較，圖 12 綜合了圖 8 ~ 10 以比較坡度變化之影響。由該圖可看出，隨著底床坡度加大，港澳之波動亦隨之加大，且發生共振之入射波週期，亦有加長之趨勢。觀察圖 11 中，沿 A - A 斷面之比較，也發現同一入射波作用下，波峯、波谷之發生位置隨坡度增加而向港內移動。

本文也同時與文獻(1)及文獻(3)中所建立之數值計算方法相比較，圖 13 中討論用三種方法計算出之  $\sigma^2 h/g - K_D$  關係。圖中，(——) 及 (—) 部份為用本文之數值方法於水深方向作三等分及十等分分割之計算結果；(-----) 部份為用文獻(1)之數值方法，水深方向沒分割之計算結果；(— · —) 部份為用文獻(3)之數值計算結果；而 (●) 為試驗值。圖 14 為沿 A - A 斷面之水面波動情形之比較。觀察圖 13, 14 可發現用文獻(1)之水深方向不作分割，與本文中，水深方向分割之比較，其趨勢正如圖 7 中所預測，水面波動值隨水深方向分割數增加而加大。而就整體而言，隨著水深方向之分割數增加，共振週期與水面波動值有向文獻(3)之數值結果趨近。於長週期部份，此現象較不明顯，而短週期部份則相當明顯。比較試驗值與各數值結果，亦發現試驗值較接近於文獻(3)之數值結果。故知，由於文獻(3)中係採用線積分，而文獻(1)與本文中則採用面積分，如以相同之單位長度進行分割及計算，則面積分之精度較低。因此，如能增加分割數，即可改善此一現象。

七、結 論

由以上之討論，對於一等深之任意形狀港池，我們仍建議採用文獻(5)之數值方法進行計算分析。而對於港內水深不等時之情形（尤其是地形變化很大時），文獻(3)之數值方法無法適用，故欲考慮水深變化之影響時，本法為一可行之數值計算方法。

本法除可考慮實際港池之地形變化外，由於將港池水域分割成任意個領域，因此在進行數值計算時，只要將領域數增加，則各領域內之分割數可減少。如此，即可避免過大之矩陣運算，減少誤差之發生，並可節省電子計算機之處理時間。其次，在輸入一港池之幾何形狀座標後，即可應用3次元Green公式計算出只與港池形狀有關之特性函數矩陣，並預存於輔助記憶體中，而於欲了解某一週期波浪作用下之水面波動情形時，只需輸入波浪之 $\sigma^2 h/g$ 及 $kh$ 值，便可由程式控制呼叫原有之預存值，進行計算，而不需反覆由座標資料重新計算。如此，亦可節省許多計算機之處理時間。故對實際之工程應用有相當大之助益。

參 考 文 獻

1. 周宗仁 “應用「有限領域法」解析港池水面波動問題”，國立臺灣海洋學院河海工程學系，河海研究第3號，1980。
2. 周宗仁 “3次元有限振幅波邊界問題之解析”，國立臺灣海洋學院河海工程學系，河海研究第1號，1979。
3. Takeshi IJIMA and C.R. CHOU “Wave-Induced Oscillations in Harbours With Various Boundary Conditions”，日本九州大學工學集報第48卷，第5號，第1報，1975。
4. Takeshi IJIMA and C.R. CHOU “Wave-Induced Oscillations in Harbours With Various Boundary Conditions”，日本九州大學工學集報第48卷，第5號，第2報，1975。
5. Hwang L.S and Tuck, E.O. “On the Oscillation of Harbours of Arbitrary Shape” J. Fluid Mech. 42, Part 3, pp.447 - 464, 1970.
6. Lee J.J. “Wave Induced Oscillations in Harbours of Arbitrary Geometry” J. Fluid Mech. 145, pp.375 - 394, 1971.
7. Berkhoff, J.C.W. “Linear Wave Propagation Problems and the Finite Element Method” Finite Elements in Fluids Vol.1, pp.251 - 280, 1975.
8. M.B. Abott “New development in short wave computation” The Dock & Harbour Authority, 1978.

領域分割數		5				合計
各子領域之分割	元素分割數	前假想面	自由水面	後假想面	不透水海底及岸壁	
	1等深					
2 1/15坡度		9	9	9	27	
3 1/10坡度						

表 1 數值計算之元素分割

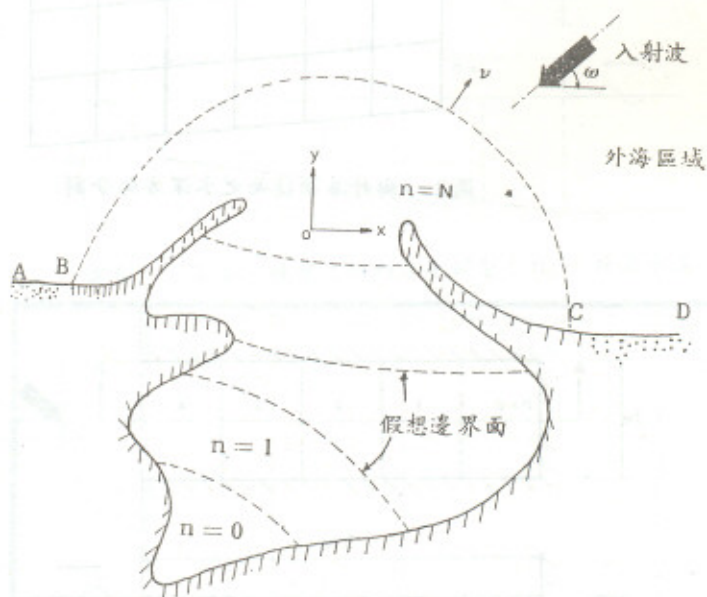


圖 1 數值計算定義圖

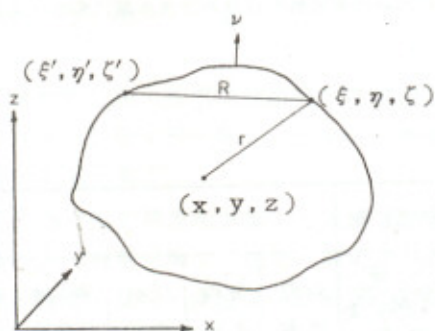


圖 2 Green 公式定義圖

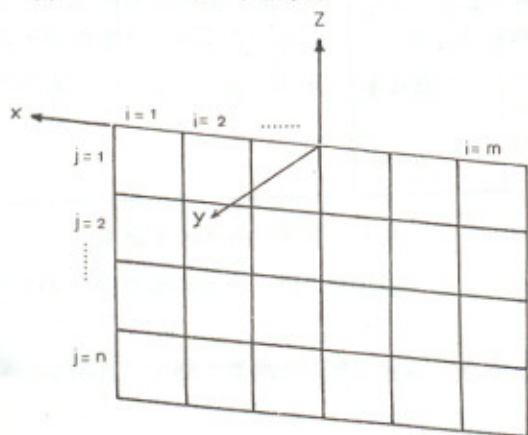


圖 3 與外海相接面之水深方向分割

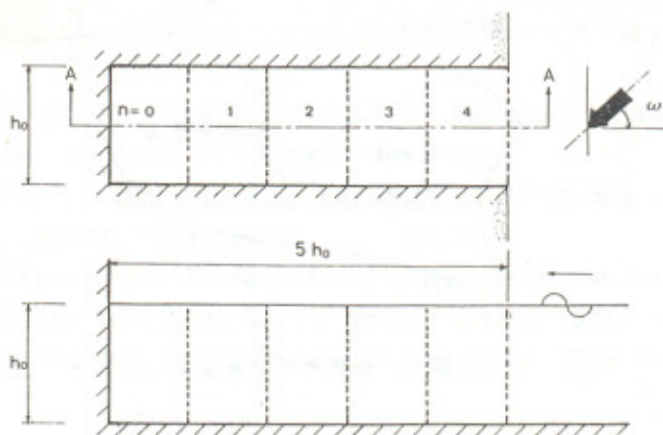


圖 4 等深底床之矩形港池模型 ( $h_0$ : 外海水深)

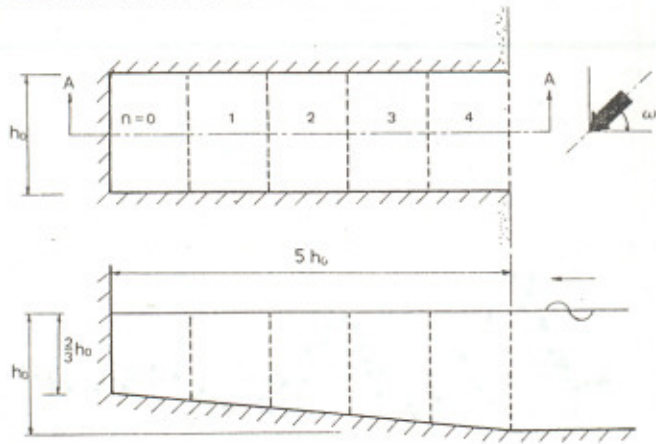


圖5 1/15底床坡度之矩形港池模型 ( $h_0$  : 外海水深)

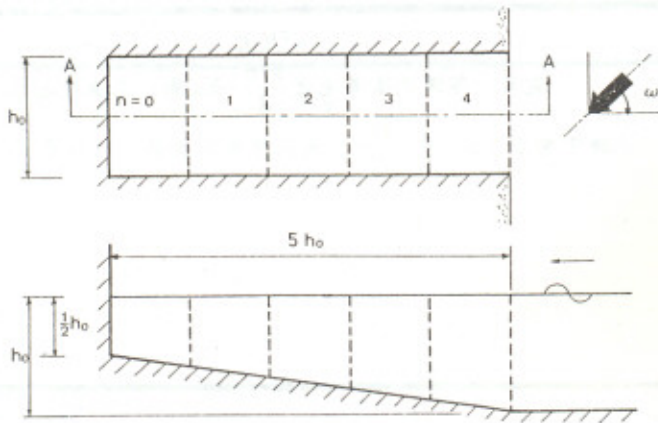


圖6 1/10底床坡度之矩形港池模型 ( $h_0$  : 外海水深)

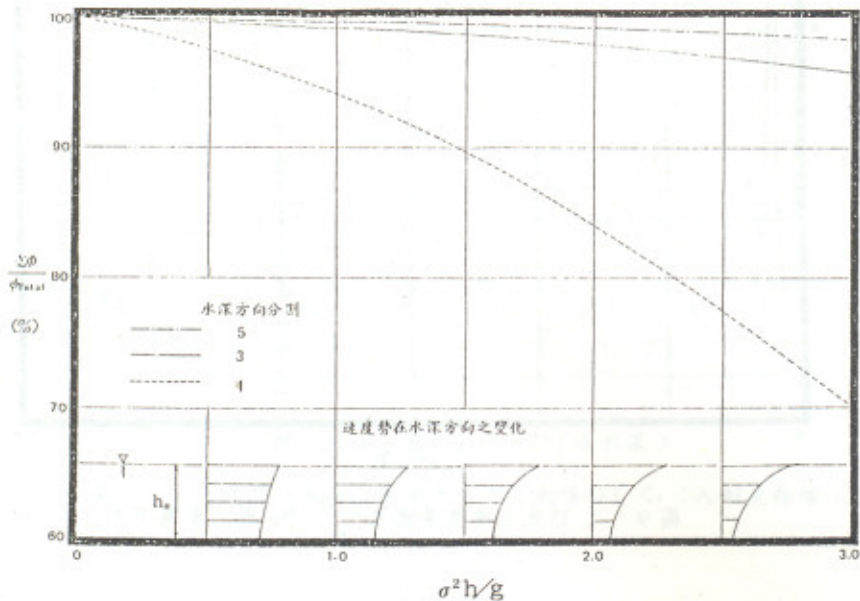


圖7 數值計算上水深方向分割對入射波速度勢之影響

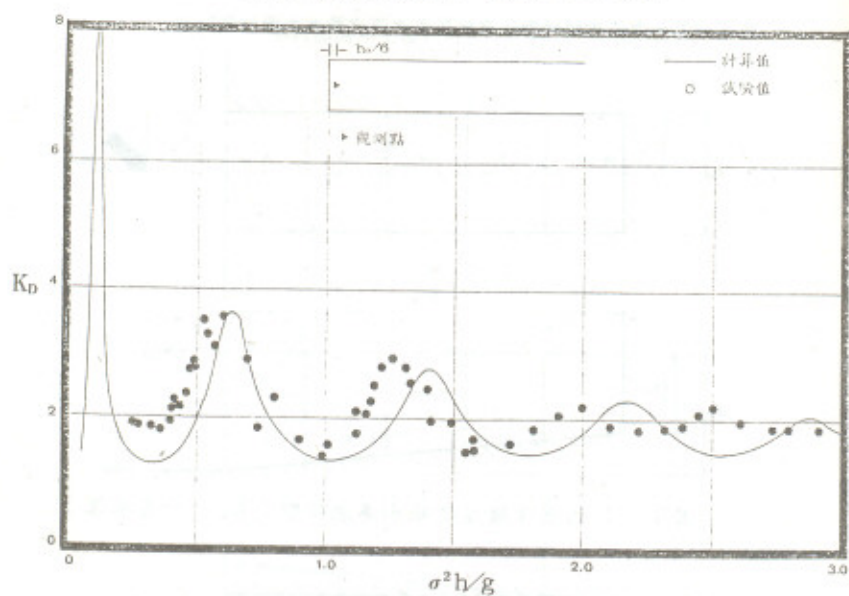


圖 8 等深底床港池之  $\frac{\sigma^2 h}{g} - K_D$  圖 (港澳中心)

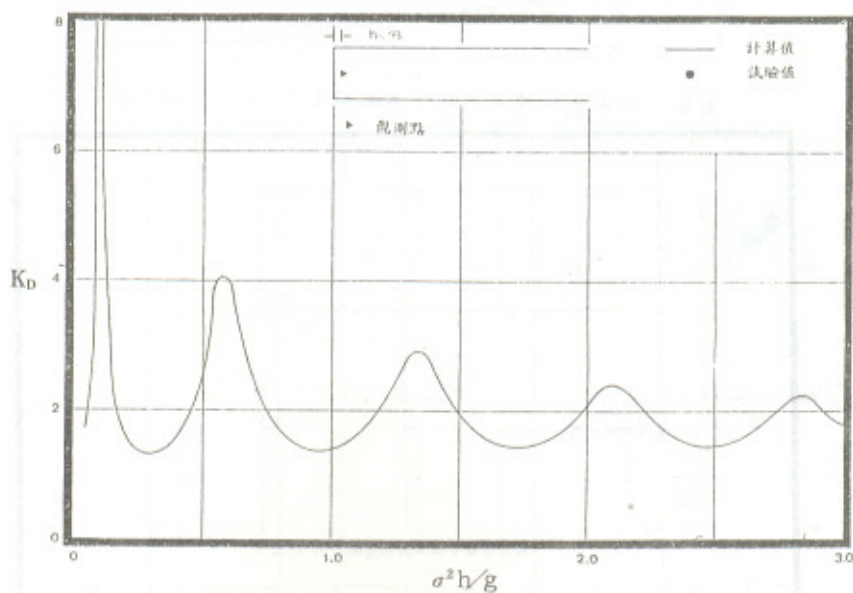


圖 9 1/15 底床坡度港池之  $\frac{\sigma^2 h}{g} - K_D$  圖 (港澳中央)



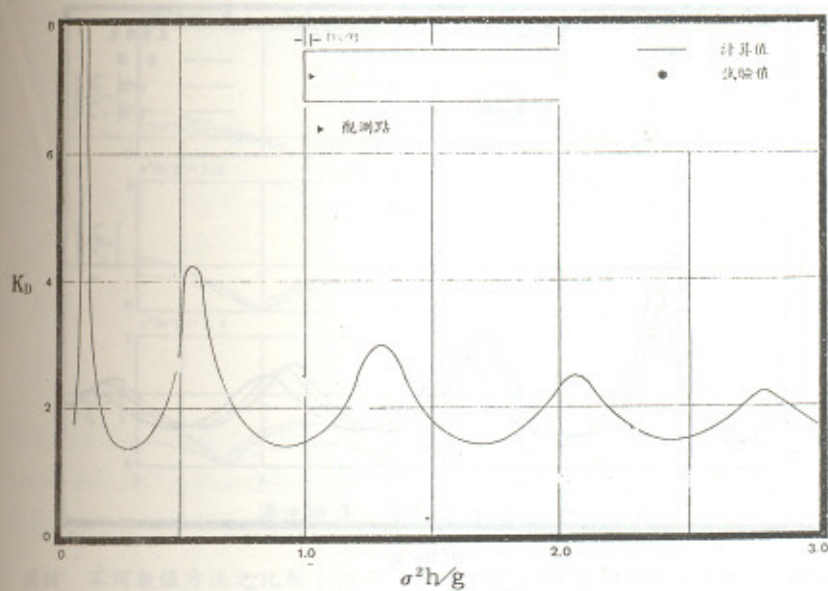
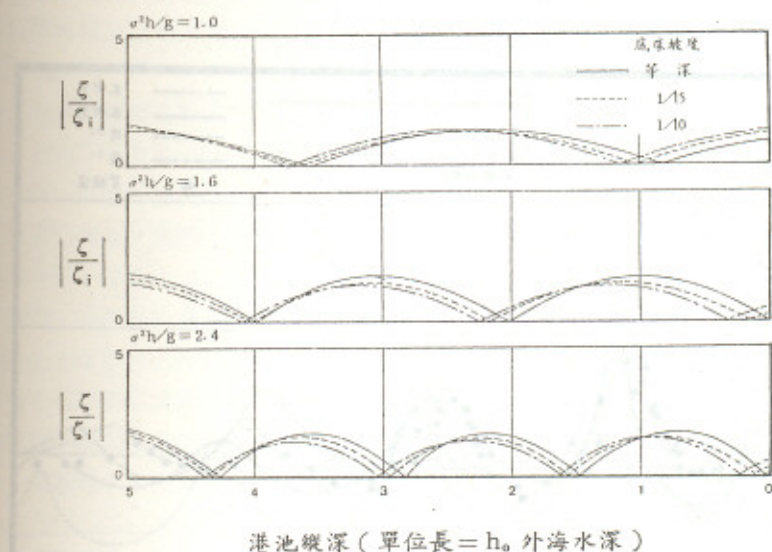


圖 10  $1/10$  底床坡度港池之  $\frac{\sigma^2 h}{g} - K_D$  圖 (港澳中央)



港池縱深 (單位長 =  $h_0$  外海水深)

圖 11 不同坡度沿 A-A 断面之水面波動情形 ( $\zeta_i$ : 入射波振幅)

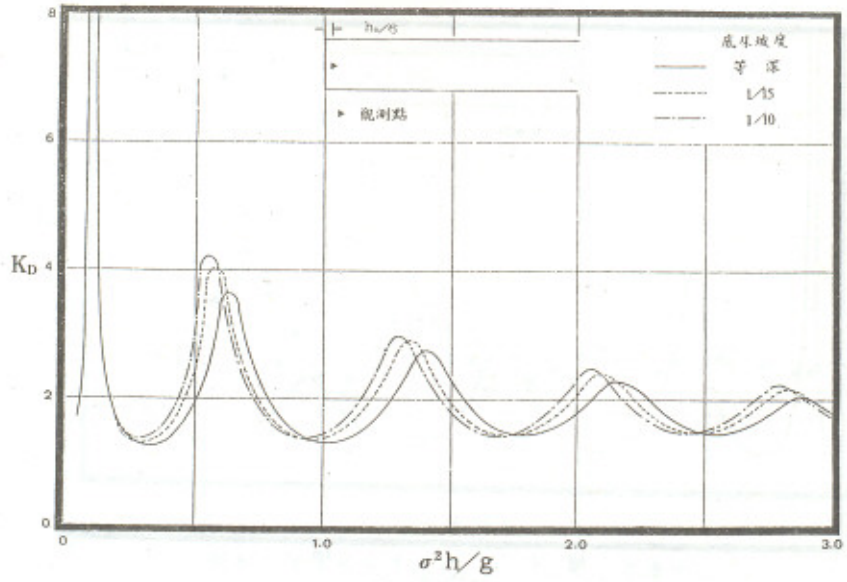


圖12 不同底床坡度港池之  $\frac{\sigma^2 h}{g} - K_D$  圖之比較 (港澳中央)

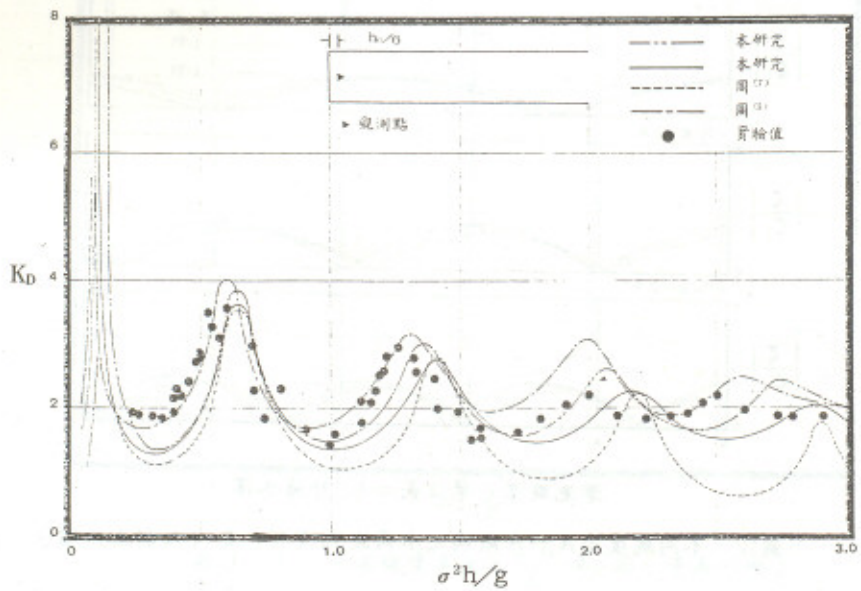


圖13 不同數值方法之比較

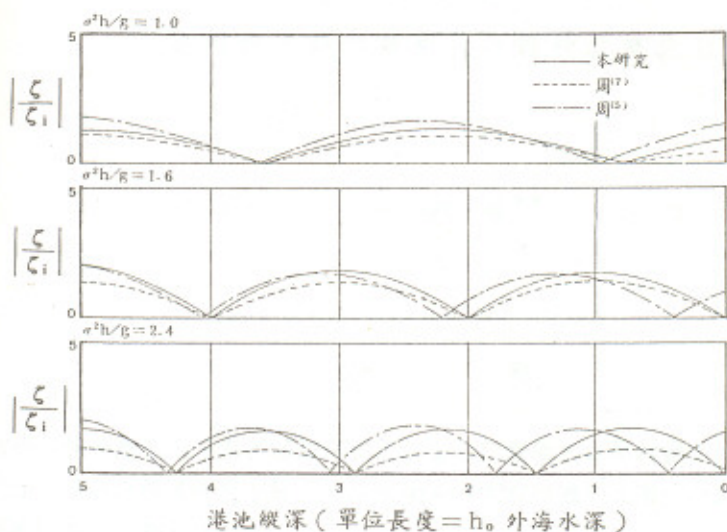


圖14 不同數值方法之比較(沿A-A断面之水面波動情形,  $\zeta_i$ :入射波振幅)