

# 海底結構物對波流共存場的影響

周宗仁<sup>1</sup> 嚴信賢<sup>2</sup> 韓文育<sup>3</sup>

## 摘要

本研究以邊界元素法建立一數值模式，藉以探討海底結構物對波流共存場的影響。波流共存場的速度勢係以定常水流速度勢以及考量流效應(即杜普勒效應)之非定常波浪速度勢的合成表示；首先解析定常水流受海底結構物影響的流速變化，然後利用杜普勒效應求出波流共存場中各計算點波浪視角週頻率變化，最後解析波浪速度勢並計算波流共存場受海底結構物影響後的波高變化。

## 1 前言

在實際海洋中，波浪與流常是同時存在且相互影響，尤其當大型海底結構物存在時，波流共存場的交互作用相當複雜且重要，因此探討實際海洋中的波浪特性時應將流效應列入考量，方能合理解析波浪、水流與海底結構物間的相互影響。

關於波浪、水流交互作用之研究過去已有許多學者專家從理論、數值及實驗等各方面進行研究，如Longuet-Higgins & Stewart (1961)提出輻射應力觀念及攝動展開法解析波流交互作用；Peregrine (1976)應用輻射應力的觀念探討波流的交互作用；Thmoas (1981)分別以數值和實驗的方法討論線性波與流的交互作用；陳、莊(1993)應用攝動展開法求波流交互作用至第三階的解析解；Newman (1978)研究在波流場中船舶的運動；Grue & Palm (1985)探討均勻水流中，潛體引起波浪的散射與繞射現象；Eatock et al. (1990)以勢流理論分析在長波範圍中以低速前進的物體所受的漂流力；Zhao & Faltinsen (1988)研究無限水深中，自由表面處二維物體與波流場的交互作用；Isaacson & Cheung (1993)以時間領域法研究二維物體與波流共存場的交互作用；松井等(1991)以勢流理論和微變法解析波流共存場中垂直圓柱所受的波力；林、蕭(1994)應用表面漩渦法和邊界元素法研究等水深大型結構物周邊的波流交互作用，周、嚴(1995)以邊界元素法解析一大型圓柱體在等水深的波流共存場所受的波力以及波流場因大型圓柱體存在時的波高變化。

以往一些學者如Longuet-Higgins & Stewart (1961)和林、蕭(1994)等，視波流共存場的角週頻率為一定值，探討波流交互作用時的波長變化；但依杜普勒效應而言，波浪之視角週頻率將受水流速度影響而改變。本文引用Newman(1978)及Isaacson、Cheung (1993)之文獻，假設水流速度很小及波浪為微小振幅波運動時，可將波流共存場的速度勢以定常水流速度勢和非定常波

<sup>1</sup> 國立海洋大學河海工程系教授

<sup>2</sup> 國立海洋大學河海工程研究所博士班研究生

<sup>3</sup> 行政院農業委員會技正

浪速度勢的合成表示，其中定常水流速度勢為水流受圓柱影響的速度勢，非定常波浪速度勢為將流效應(即杜普勒效應)考量在內的波浪速度勢。解析方法首先利用邊界元素法計算出定常水流受海底結構物影響的速度勢及其附近的速度分佈；對特定波浪，當流不存在時的角週頻率已知時，可應用杜普勒效應(Doppler's effect)公式求出波浪在任意解析點受水流速度影響的視角週頻率，經以邊界元素法計算出波流共存場受海底結構物影響的波浪速度勢，再將此波浪速度勢與定常流速度勢組合，即可求得波流共存場中受海底結構物影響的速度勢。

## 2 理論分析及數值方法

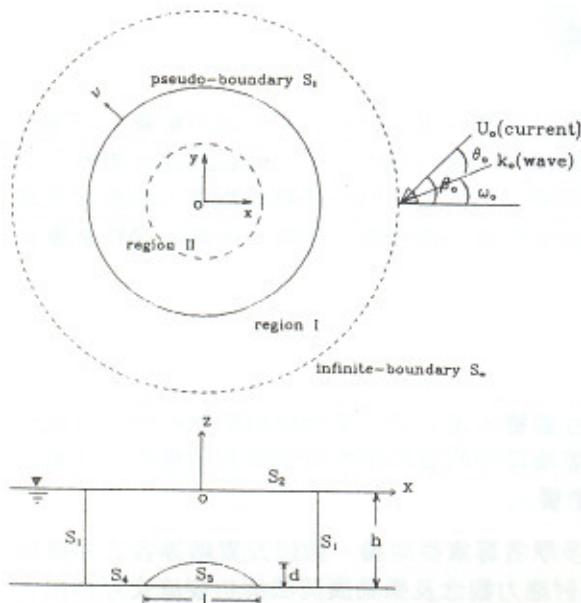


圖1 定義圖

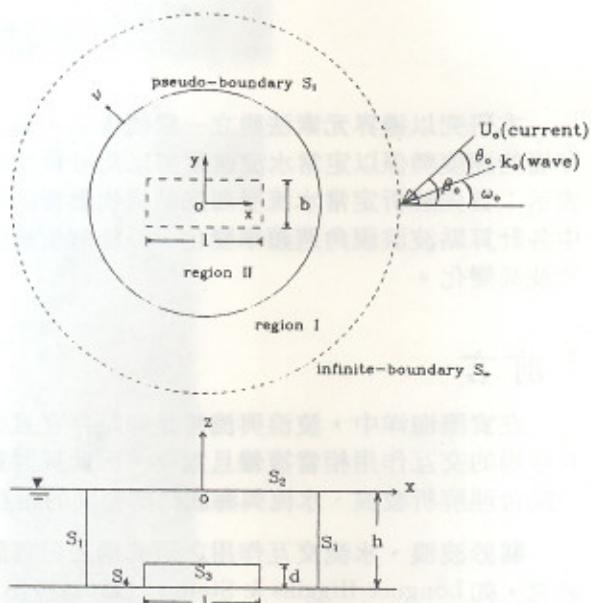


圖2 定義圖

如圖1、2所示，有一海底結構物存在， $o-xyz$ 為空間固定座標系，取靜水面為 $xy$ 平面， $z$ 軸向上為正。在遠離結構物的地方(通常以入射波波長的一半以上即可(周、韓，1993))設置一假想邊界 $\Gamma_1$ 將流體領域分成等水深 $h$ 外海領域I及任意水深領域II等兩領域。假設兩領域的流體運動為非黏性、非壓縮性的理想流體且為非旋轉性運動，則兩領域流體運動均應持有一速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 並滿足Laplace方程式( $\nabla^2 \Phi = 0$ )。假設在外海領域處，有一與 $x$ 軸呈 $\beta_o$ 角之等速流 $U_o$ 流入和具一定角週頻率 $\sigma_o$ ( $= 2\pi/T$ ， $T$ 為波浪的週期)、振幅為 $c_o$ 並與 $x$ 軸呈 $\omega_o$ 角的簡諧波入射，若考慮福祿數( $F_r = U_o/\sqrt{gh}$ ， $g$ 為重力加速度， $h$ 為水深)、波浪振幅 $c_o$ 均微小時，依Newman(1978)及Isaacson、Cheung(1993)所述方法，可將波流共存場的速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 表示成定常水流速度勢 $\Phi^C(x, y, z)$ 和將流效應(即杜普勒效應)考量在內的波浪速度勢 $\Phi^W(x, y, z; t)$ 的合成：

$$\Phi(x, y, z; t) = \Phi^C(x, y, z) + \Phi^W(x, y, z; t) \quad (1)$$

其中 $\Phi^C$ 、 $\Phi^W$ 均滿足Laplace方程式。

### 2.1 定常水流速度勢 $\Phi^C$

### 2.1.1 領域I定常水流勢函數 $\varphi^{(1)}$

領域I定常水流勢函數 $\varphi^{(1)}(x, y, z)$ 可以由外海領域入射流 $U_0$ 產生的勢函數 $\varphi^0(x, y, z)$ 及 $U_0$ 受海底結構物影響產生的擾動勢函數 $\varphi^*(x, y, z)$ 之合成表示(Isaacson & Cheung, 1993):

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) = \varphi^0(x, y, z) + \varphi^*(x, y, z) \quad (2)$$

其中 $\varphi^0(x, y, z) = -U_0(x \cos \beta_0 + y \sin \beta_0)$ ,  $\beta_0$ 表示在無限遠處流與 $x$ 軸的交角, 當領域I距離海底結構物極遠時而不受其影響時, 則擾動勢函數可忽略不計(即 $\varphi^* \rightarrow 0$ )。

### 2.1.2 領域II定常流的勢函數 $\varphi^{(2)}$

領域II為由假想邊界面 $S_1$ 、自由水面 $S_2$ 、海底結構物邊界面 $S_3$ 及海底邊界面 $S_4$ 所圍成的三次封閉度領域, 令 $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 。在領域II, 定常水流勢函數 $\varphi^{(2)}$ 為受海底地形影響的水流勢函數, 且 $\varphi^{(2)}$ 滿足Laplace方程式:

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

根據Green第二定理(Liggett & Liu, 1983), 領域II水流的勢函數 $\varphi^{(2)}$ 可由下列之邊界積分方程式求得:

$$c\varphi^{(2)}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \bar{\varphi}^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) \frac{1}{R} - \varphi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{R} \right] dA \quad (4)$$

式中 $\varphi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta)$ 為邊界上特定點的勢函數,  $\bar{\varphi}^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) = (\partial \varphi^{(2)} / \partial \nu)$ 為向外法線 $\nu$ 方向勢函數的導函數。 $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$ , 為領域任意一點 $(x, y, z)$ 至邊界 $S$ 上的特定點 $(\xi, \eta, \zeta)$ 距離, 當任意點 $(x, y, z)$ 在領域內時 $c = 1$ , 當 $(x, y, z)$ 趨近平滑的邊界 $(\xi, \eta, \zeta)$ 時,  $c = 1/2$ 。為進行數值解析, 本研究對上式利用 $N_1$ 個一定四角形元素(constant plane element), 元素面積為 $A_j$ , 而元素內的函數值為一定, 並以該元素之中點值為代表值, 將邊界 $S_1$ 在 $c = 1/2$ 的情況下加以離散化, 而以下列的矩陣形式表示。

$$\{\varphi^{(2)}\} = \{k\} \{\bar{\varphi}^{(2)}\} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \{k\} &= \{h\}^{-1} \{g\} \\ h_{ij} &= \begin{cases} \bar{h}_{ij} & (i \neq j) \\ \bar{h}_{ij} + \frac{1}{2} & (i = j) \end{cases} \\ \bar{h}_{ij} &= \frac{1}{4\pi} \int_{A_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{R} dA \\ g_{ij} &= \frac{1}{4\pi} \int_{A_j} \frac{1}{R} dA \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (6)$$

$\{\varphi^{(2)}\}$ 及 $\{\bar{\varphi}^{(2)}\}$ 分別為邊界 $S$ 上的勢函數和法線方向勢函數的導函數,  $\{k\}$ 為由邊界面形狀決定的係數矩陣, 其詳細數值計算方法請參考周(1983)。

### 2.1.3 邊界條件

(1) 自由水面之邊界條件

$$\bar{\varphi}^{(2)} = 0 \quad , z = 0 \quad (7)$$

(2) 不透水海底及海底結構物的邊界條件

假定海底及結構物表面固定且不透水，其法線方向的速度為零，可得

$$\bar{\varphi}^{(2)} = 0 \quad (8)$$

(3) 假想邊界面  $S_1$  之邊界條件因領域 I, II 的流體運動在假想邊界  $S_1$  的質量及能量流束 (flux) 必須連續的條件得：

$$\bar{\varphi}^{(2)} = \bar{\varphi}^{(1)} \quad (9)$$

$$\varphi^{(2)} = \varphi^{(1)} \quad (10)$$

#### 2.1.4 聯立方程式

為便於將各邊界條件代入(5)式，可將(5)式重新表示成相關於假想邊界面  $S_1$ 、自由水面  $S_2$ 、結構物邊界面  $S_3$  及海底邊界面  $S_4$  勢函數的部分矩陣形式，並將領域 II 各邊界分別以  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$ 、 $N_4$ ，共計  $N$  個一定四角形元素加以分割 ( $N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ )，則(5)式可以下列矩陣形式表示：

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1^{(2)} \\ \varphi_2^{(2)} \\ \varphi_3^{(2)} \\ \varphi_4^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\varphi}_1^{(2)} \\ \bar{\varphi}_2^{(2)} \\ \bar{\varphi}_3^{(2)} \\ \bar{\varphi}_4^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

將(2)式及各邊界條件(7)~(10)式代入(11)式中，則各邊界上的勢函數均可求得。

#### 2.1.5 領域 II 內的水流速度

依上述方法求得領域 II 各邊界面的勢函數，則領域 II 內的速度  $u$ ,  $v$ ,  $w$  可依下列方程式求得：

$$u = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \left\{ \bar{\varphi}_j \frac{(x_j - x_i)}{R^3} - \varphi_j \left[ \frac{\nu_x}{R^3} - \frac{3(x_j - x_i)}{R^5} [(x_j - x_i)\nu_x + (y_j - y_i)\nu_y + (z_j - z_i)\nu_z] \right] \right\} dA_j \quad (12)$$

$$v = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \left\{ \bar{\varphi}_j \frac{(y_j - y_i)}{R^3} - \varphi_j \left[ \frac{\nu_y}{R^3} - \frac{3(y_j - y_i)}{R^5} [(x_j - x_i)\nu_x + (y_j - y_i)\nu_y + (z_j - z_i)\nu_z] \right] \right\} dA_j \quad (13)$$

$$w = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \left\{ \bar{\varphi}_j \frac{(z_j - z_i)}{R^3} - \varphi_j \left[ \frac{\nu_z}{R^3} - \frac{3(z_j - z_i)}{R^5} [(x_j - x_i)\nu_x + (y_j - y_i)\nu_y + (z_j - z_i)\nu_z] \right] \right\} dA_j \quad (14)$$

式中  $\nu_x$ 、 $\nu_y$ 、 $\nu_z$  為邊界上的單位法線向量  $\nu$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的分量。

## 2.2 波浪速度勢 $\Phi^w$

在無限遠之外海處，一角週頻率為  $\sigma_o (= 2\pi/T)$ ， $T$  為波浪的週期)，振幅為  $\zeta_o$ ，週波數為  $k_o$  的簡諧波與  $x$  軸呈  $\omega_o$  角入射。波浪角週頻率  $\sigma_o$  與週波數  $k_o$  滿足下列之分散關係式 (dispersion relation)：

$$\frac{\sigma_o^2 h}{g} = k_o h \tanh k_o h \quad (15)$$

其中  $g$  為重力加速度。假設水流之福祿數很小及波浪為微小振幅波運動時，則波流共存場中含流效應的波浪速度勢  $\Phi^w(x, y, z; t)$  (Grue & Palm, 1985) 可表示成：

$$\Phi^w(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_o}{\sigma_0} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma o t} \quad (16)$$

上式中， $i$  為複數單位， $t$  表示時間， $\phi$  為無因次化之勢函數並滿足 Laplace 方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (17)$$

$\sigma$  為在固定座標系中，波浪於任意處受水流速度影響之波浪視角週頻率 (Sarpkaya & Isaacson, 1981)：

$$\sigma = \sigma_o + \vec{k} \cdot \vec{U} \quad (18)$$

其中  $|\vec{k}| = k_o$ ， $|\vec{U}| = \sqrt{u^2 + v^2}$ 。

### 2.2.1 領域 I 波浪勢函數 $\phi^{(1)}$

在領域 I 波浪勢函數  $\phi^{(1)}$  可以入射波的勢函數  $\phi^o$  和入射波受海底結構物影響所產生的繞射波勢函數  $\phi^*$  表示：

$$\phi^{(1)}(x, y, z) = \phi^o(x, y, z) + \phi^*(x, y, z) \quad (19)$$

因為等水深的關係及假想邊界  $\Gamma_1$  離結構物夠遠，可將因結構物存在引起的散射影響忽略時，利用變數分離法將領域 I 的波浪勢函數  $\phi^{(1)}(x, y, z)$  以下列形式表示：

$$\phi^{(1)}(x, y, z) = [f^o(x, y) + f^*(x, y)] \frac{\cosh k_o(z + h)}{\cosh k_o h} \quad (20)$$

式中  $f^o(x, y)$  為入射波之勢函數，勢函數  $f^*(x, y)$  為受海底結構物影響所產生的繞射波勢函數，而波流共存場入射波之勢函數可表示為：

$$f^o(x, y) \exp[-i\sigma o t] = -i \exp\{-i[k_o(x \cos \omega_o + y \sin \omega_o) + \sigma t]\} \quad (21)$$

水面波形  $\zeta_i(x, y; t)$  為：

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_o \cdot \cos[k_o(x \cos \omega_o + y \sin \omega_o) + \sigma t] \quad (0 \leq \omega_o \leq \pi) \quad (22)$$

將(20)式代入(17)式中，可得  $f^*$  為滿足下列 Helmholtz 方程式的未知勢函數：

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k_o^2 f^* = 0 \quad (23)$$

在無窮遠邊界  $\Gamma_\infty$ ，勢函數  $f^*$  滿足 Sommerfeld 輻射條件：

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left[ \frac{\partial f^*}{\partial r} - ik_o f^* \right] \rightarrow 0 \quad (24)$$

其中  $r$  為距離。因此根據 Green 第二定理，勢函數  $f^*$  可由下列之邊界積分方程式求得：

$$c f^*(x, y) = \frac{i}{4} \int_{\Gamma_1} \left\{ \bar{f}^*(\xi, \eta) H_0^{(1)}(k_o r) - f^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} [H_0^{(1)}(k_o r)] \right\} ds \quad (25)$$

式中  $f^*(\xi, \eta)$  為邊界上特定點的勢函數， $\bar{f}^*(\xi, \eta) (= \partial f^*(\xi, \eta) / \partial \nu)$  為向外法線  $\nu$  方向勢函數的導函數， $H_0^{(1)}$  為 0 次第 1 種 Hankel 函數。在形狀平滑的邊界上， $c = 1/2$ ，在領域內時， $c = 1$ 。為了進行數值解析，本研究對上式利用  $M$  個一定線元素 (constant line element) 將邊界  $S_1$  在  $c = 1/2$  的情況下加以離散化，可以下列的矩陣形式表示。

$$\{F^*\} = \{K^*\} \left\{ \bar{F}^* \right\} \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \{K^*\} &= \{H^*\}^{-1} \{G^*\} \\ H_{ij}^* &= \left\{ \begin{array}{ll} \bar{H}_{ij}^* & (i \neq j) \\ \bar{H}_{ij}^* + \frac{1}{2} & (i = j) \end{array} \right. \\ \bar{H}_{ij}^* &= \frac{i}{4} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial \nu} [H_0^{(1)}(k_o r)] ds \\ G_{ij}^* &= \frac{i}{4} \int_{\Gamma_j} H_0^{(1)}(k_o r) ds \end{aligned} \quad (27)$$

$\{F^*\}$  及  $\{\bar{F}^*\}$  分別是假想邊界  $\Gamma_1$  上的勢函數和向外法線方向的勢函數的導函數， $\{K^*\}$  為由邊界形狀決定的係數矩陣。

### 2.2.2 領域 II 波浪勢函數 $\phi^{(2)}$

領域 II 為由假想邊界面  $S_1$ 、自由水面  $S_2$ 、海底結構物邊界面  $S_3$  及海底邊界面  $S_4$  所圍成的三次封閉度領域，令  $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ ，且領域 II 波浪勢函數  $\phi^{(2)}$  滿足 Laplace 方程式，則根據 Green 第二定理，領域 II 內任意一點的勢函數  $\phi^{(2)}(x, y, z)$  可由上述封閉領域邊界面上的速度勢  $\phi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta)$  及在向外法線方向的一次導函數  $\bar{\phi}^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) (= \partial \phi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) / \partial \nu)$  以下列邊界積分方程式計算：

$$c \phi^{(2)}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \bar{\phi}^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) \frac{1}{R} - \phi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{R} \right] dA \quad (28)$$

如 2.1.2 節所述，可將 (28) 式分離成下列之矩陣形式：

$$\{\phi^{(2)}\} = \{K\} \left\{ \bar{\phi}^{(2)} \right\} \quad (29)$$

其中係數矩陣如 (6) 式所示。

### 2.2.3 邊界條件

### (1) 自由水面的邊界條件

假設水流速度及波浪振幅都很小，由線性理論可得自由水面的邊界條件為：

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad , z = 0 \quad (30)$$

其中  $\Phi$  表示波流共存場的速度勢。將(1), (16)二式代入上式，得考量杜普勒效應的自由水面邊界條件為 ( Newman, 1978 ; Eatock Taylor et al., 1990 )：

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi^{(2)} = \frac{(\sigma_0 + \vec{k} \cdot \vec{U})^2}{g} \phi^{(2)} \quad , z = 0 \quad (31)$$

其中  $|\vec{U}| = |\nabla \varphi^{(2)}| = \sqrt{u^2 + v^2}$  為水流受圓柱影響時在其附近水面任意位置的速度變化。

### (2) 海底及結構物表面的邊界條件

假定海底及結構物表面固定且不透水，其法線方向的速度為 0，可得

$$\bar{\phi}^{(2)} = 0 \quad (32)$$

### (3) 假想邊界面 $S_1$ 的邊界條件

因領域 I, II 的流體運動在的假想邊界面  $S_1$  的質量及能量流束 (flux) 必須連續的條件得：

$$\bar{\phi}^{(2)} = \bar{\phi}^{(1)} \quad (33)$$

$$\phi^{(2)} = \phi^{(1)} \quad (34)$$

#### 2.2.4 聯立方程式

如 2.1.4 節所述，可將(29)式表示成下列之矩陣形式：

$$\begin{Bmatrix} \phi_1^{(2)} \\ \phi_2^{(2)} \\ \phi_3^{(2)} \\ \phi_4^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}_1^{(2)} \\ \bar{\phi}_2^{(2)} \\ \bar{\phi}_3^{(2)} \\ \bar{\phi}_4^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

其中  $\phi_1^{(2)} \sim \phi_4^{(2)}$  分別代表邊界  $S_1 \sim S_4$  的勢函數。在假想邊界  $S_1$  依水深方向 ( $z$  方向) 分割成  $N$  個元素及水平方向  $M$  個元素，由(33), (34)二式之邊界條件，得到在假想邊界面  $S_1$  上勢函數與其法線方向導函數間的關係：

$$\{\phi_1\} = \{R\} \left\{ F^o - K^* \bar{F}^o \right\} + C \{R\} \{K^*\} \{Q\} \{\bar{\phi}_1\} \quad (36)$$

其中  $C = k_o/N_o \sinh k_o h$ ，(但  $N_o = 1/2 + k_o h / \sinh 2k_o h$ )，係數矩陣  $\{R\}$  及  $\{Q\}$  分別為：

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} \frac{\cosh k_o(z_{11} + h)}{\cosh k_o h} & & & \\ \vdots & & & 0 \\ \frac{\cosh k_o(z_{1n} + h)}{\cosh k_o h} & & & \\ & & \frac{\cosh k_o(z_{m1} + h)}{\cosh k_o h} & \\ & 0 & & \vdots \\ & & & \frac{\cosh k_o(z_{mn} + h)}{\cosh k_o h} \end{Bmatrix}$$

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} \cosh k_o(z_{11} + h) \Delta z_1 & \cdots & \cosh k_o(z_{1n} + h) \Delta z_n \\ & \ddots & \\ \cosh k_o(z_{m1} + h) \Delta z_1 & \cdots & \cosh k_o(z_{mn} + h) \Delta z_n \end{Bmatrix}$$

將(31)、(32)及(36)式代入(35)式中，可整理得：

$$\begin{Bmatrix} [K_{11} - CRK^*Q] & \frac{\sigma^2}{g} K_{12} & 0 \\ K_{21} & \frac{\sigma^2}{g} K_{22} - I & 0 \\ K_{31} & \frac{\sigma^2}{g} K_{32} & -I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}_1^{(2)} \\ \bar{\phi}_2^{(2)} \\ \bar{\phi}_3^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R[F^o - K^* \bar{F}^o] \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (37)$$

式中  $I$  代表一單位矩陣。計算(37)式將可求得假想邊界的勢函數在法線方向的導函數、自由水面邊界和結構物表面邊界的勢函數。

### 2.3 領域 II 的波高

波流共存場中任意位置的壓力  $p$  可由伯努利方程式(Bernoulli's equation)表示為：

$$p = -\rho \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 + gz \right] \quad (38)$$

式中  $\rho$  為流體密度。將(1)式代入上式，將速度的平方項  $|\nabla \Phi^C|^2$  及  $|\nabla \Phi^W|^2$  忽略，在自由水面  $z = \zeta$ ，流體運動受一定之大氣壓力作用，所以可視壓力  $p = 0$ ，則領域 II 的表面波形  $\zeta$  為：

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left[ \frac{\partial \Phi^W}{\partial t} + \nabla \Phi^C \cdot \nabla \Phi^W \right] \quad (39)$$

將(16)式代入上式，可整理得流體領域的表面波形  $\zeta$  與入射波振幅  $\zeta_o$  的波高比值  $K_d (= \zeta / \zeta_o)$  為：

$$K_d = \frac{1}{\sigma_o} |i\sigma \phi^{(2)} - \nabla \varphi^{(2)} \cdot \nabla \phi^{(2)}| \quad (40)$$

### 3 數值計算結果及分析

當波浪進行於一水流上，必須考慮水流速度的大小對波浪之影響。在波流反向時，當水流速度  $U_o = -C_o$  ( $C_o$  為入射波速) 波浪將無法逆水前進，即水流速度達到下式臨界速度時（周，1970）波浪無法進入領域II附近海域：

$$U_o = -\frac{C_g}{4} \tanh k_o h \quad (41)$$

式中  $C_g (= g/\sigma_o)$  為波浪之群速度。當波流逆向時，為探討領域II附近海域的波流交會問題，必須考慮水流速度的大小對波浪之影響，本文以一與福祿數  $U_o/\sqrt{gh}$  和波浪之無因次角週頻率  $\sigma_o\sqrt{h/g}$  之相關係數  $\tau (= U_o/\sqrt{gh} \times \sigma_o\sqrt{h/g} = U_o\sigma_o/g)$  來表示，換言之，以深海波而言，當波流逆向時， $\tau$  必須小於  $1/4$  方有波流交會現象。例如有一週期  $T = 2\pi/\sigma_o = 10$  sec 的波浪，其水流速度必須小於  $3.9$  m/sec 方考慮波流交會問題。

本研究以設置於海底的球面體及矩形體結構物為計算例，其中球面體的底部直徑為  $\ell$ ，高為  $d$ ；矩形體的長為  $\ell$ ，寬為  $b$ ，高為  $d$ 。

以一平面等速流  $U_o$  與外海水深  $h$  有關的福祿數為水流速度的代表，為計算方便，本文取  $F_r = 0.1$ ，並將波浪的入射方向固定於  $x$  軸的反方向 ( $\omega_o = 0^\circ$ )，無因次週波數  $k_o h = 0.5(\sigma_o^2 h/g = 0.231)$ ,  $1.0(\sigma_o^2 h/g = 0.762)$ ，入射波、流之夾角為  $\theta_o (= \beta_o - \omega_o)$ ，計算  $\theta_o = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  及  $180^\circ$  等不同波流夾角時在領域II的波高。

#### 3.1 球面體結構物

將領域各邊界以一定四角形元素分割，領域共分割成  $1948(N_1 = 512, N_2 = 1024, N_3 = 252, N_4 = 160)$  個元素進行數值計算。

圖3, 4為週波數  $k_o h = 0.5(\sigma_o^2 h/g = 0.231)$ ,  $1.0(\sigma_o^2 h/g = 0.762)$  時在領域II的波高分佈。圖3(a), 4(a)為流不存在時的波高分佈，結構物後方的波高值大於結構物前方，此因波浪受海底結構物存在影響而產生的繞射現象所致，當波、流共存時，在波流交角  $\theta_o = 0^\circ$  (圖3(b), 4(b)) 時在結構物後方的繞射現象更為明顯，其波高值增大，此因波流同向時的杜普勒效應增強，即視週頻率變大，且因波、流同向，故波高分佈對稱於波浪的入射方向 ( $x$  軸)。當波流交角  $\theta_o = 45^\circ$  (圖3(c), 4(c)) 時，其波高值大於無流時；但因流速分佈不對稱於波浪的入射方向，故此時之波高分佈不對稱於波浪的入射方向而向負  $y$  方向偏移。在  $\theta_o = 90^\circ$  (圖3(d), 4(d)) 時，其波高分佈大致無流時相似，但因流受到海底結構物的存在，水流在波浪的入射方向仍有速度分量的存在而對其產生微小影響以致其波高分佈不對稱於波浪的入射方向。在  $\theta_o = 135^\circ, 180^\circ$  (圖3, 4(e), (f))，因水流在  $x$  方向速度與波浪的入射方向相反，使得波浪之視角週頻率變小，故其波高值較無流時小。

#### 3.2 矩形體結構物

將領域各邊界以一定四角形元素分割，領域共分割成  $2024(N_1 = 512, N_2 = 1024, N_3 = 272, N_4 = 216)$  個元素進行數值計算。

圖5, 6為週波數  $k_o h = 0.5(\sigma_o^2 h/g = 0.231)$ ,  $1.0(\sigma_o^2 h/g = 0.762)$  時在領域II的波高分佈，其

波高分佈情況與3.1節所述相似。

## 4 結論

本研究採用三次度邊界元素法解析波流共存場受到海底結構物影響時的波高變化，藉此可將領域II內水面各點的視角週頻率變化(即杜普勒效應)考量在內。由以上之分析結果可得波流共存場的波高值隨著波流交角的增加而減小，當波流同向時，波流共存場的波高值變大，波流反向時則變小；當波流同向或反向時，其波高分佈對稱於波浪的入射方向，當波流夾任一角度時，其波高分佈受流的影響不再對稱於波浪的入射方向；又在較大週波數( $k_o h = 1.0$ )波流共存場受到海底結構物的影響較在低週波數時( $k_o h = 0.5$ )為大。

## 誌謝

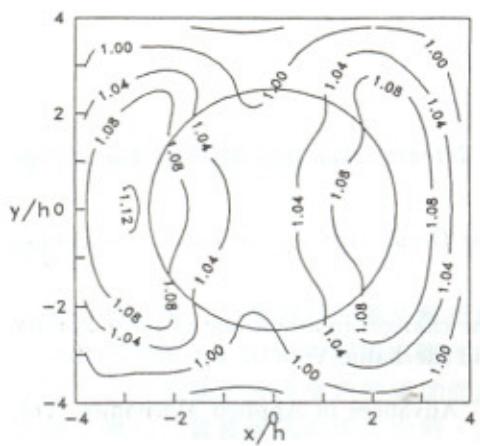
本研究承蒙國科會補助經費，計畫編號為NSC-83-0209-E-019-002，特此誌謝。

## 參考文獻

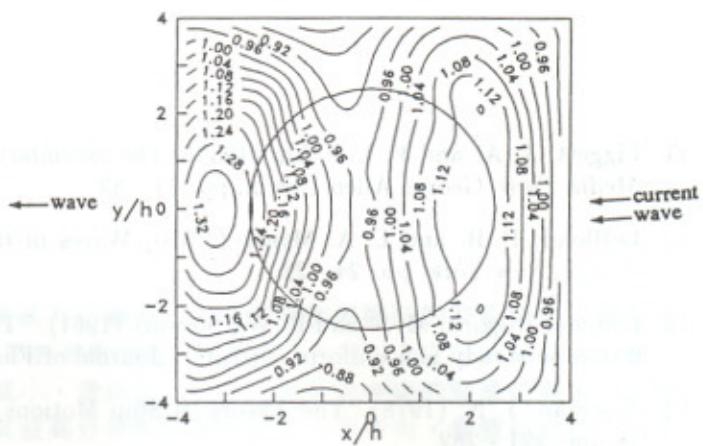
- 周宗仁、嚴信賢（1995），”大型圓柱體對等水深波流共存場的影響”，中國土木水利工程學刊，已接受。
- 林銘崇、蕭松山（1994），”等水深大型結構物周邊波流交互作用”，中國土木水利工程學刊，第六卷，第四期，第421 - 432頁。
- 周宗仁、韓文育（1993），”規則波對任意形狀水深及反射率港池的水面振動”，中國土木水利工程學刊，第五卷，第四期，第285 - 298頁。
- 陳陽益、莊文傑（1993），”波流交互作用理論之初步探討”，第十二海洋工程研討會論文集，第248 - 265頁。
- 周宗仁（1983），”邊界元素法在波浪力學之應用”，國立海洋大學河海工程學會，基隆。
- 周宗仁（1970），”海岸水力學”，國立海洋大學河海工程學會，基隆。
- 松井徹哉、李相暉和佐野公俊（1991），”波と流れの共存場に置れた鉛直圓柱にわる流体力”，日本造船學會論文集，第170號，第277 - 287頁。
- Eatoek Taylor, R., C. S. Hu and F. G. Nielsen (1990), "Mean Drift Forces on a Slowly Advancing Vertical Cylinder in Long Waves," Applied Ocean Research, Vol. 12(3), pp. 141 - 152.
- Grue, J. and E. Palm (1985), "Wave radiation and wave diffraction from a submerged in a uniform current," Journal of Fluid Mechanic, Vol. 151, pp. 257 - 278.
- Isaacson, M. and K. F. Cheung (1993), "Time-domain solution for wave-current interaction with a two-dimensional body," Applied Ocean Research, Vol. 15, pp. 39 - 52.

11. Liggett, J. A. and P. L-F. Liu (1983), *The Boundary Integral Equation Method For Porous Media Flow*, George Allen Unwin, pp. 17 - 33.
12. LeBlond, P. H. and L. A. Mysak (1978), *Waves in the Ocean*, Elsevier Scientific Publishing Comp., New York, pp. 24 - 28.
13. Longuet-Higgins, M. S. and R. W., Stewart (1961), "The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents," *Journal of Fluid Mechanic* Vol. 10, pp. 529 - 549.
14. Newman, J. N. (1978) "The Theory of Ship Motions," *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 221 - 282.
15. Patel, Minoo H. (1989), *Dynamics of Offshore Structures*, Butterworth & Co. (Publishers) Ltd, pp. 86 - 87.
16. Peregrine, D. H. (1976), "Interaction of Water Wave and Currents," *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 16, pp. 9 - 116.
17. Sarikaya, T. and M. Isaacson (1981), *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold, New York (1981).
18. Thomas, G. P. (1981), "Wave-current interactions : an experimental and numerical study. Part 1. Linear waves," *Journal Fluid Mechanic*, Vol. 110, pp. 457 - 474.
19. Zhao, R. and O. M. Faltinsen (1988), "Interaction between waves and current on a two-dimensional body in the free surface," *Applied Ocean Research*, Vol. 10(2), pp. 87 - 99.

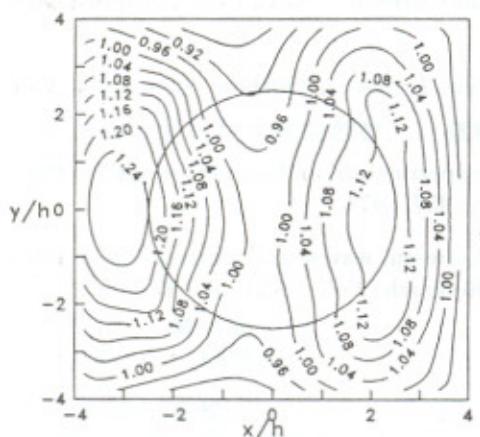
(c)  $\theta_x = 12^\circ$  (d)  $\theta_x = 3^\circ$  (e)  $\theta_x = 75^\circ$  (f)  $\theta_x = 90^\circ$



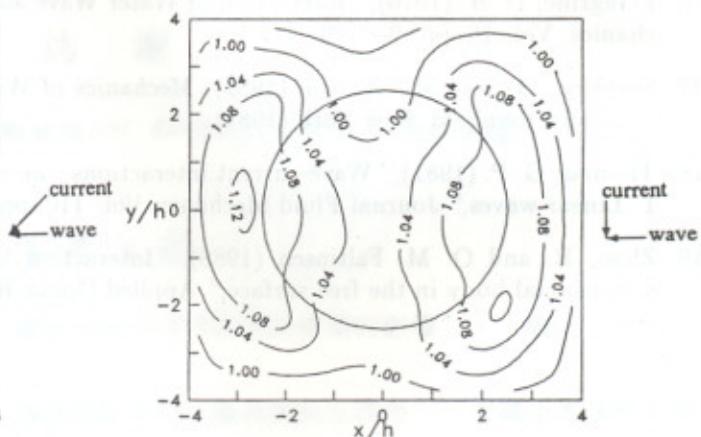
(a)  $U_o = 0$



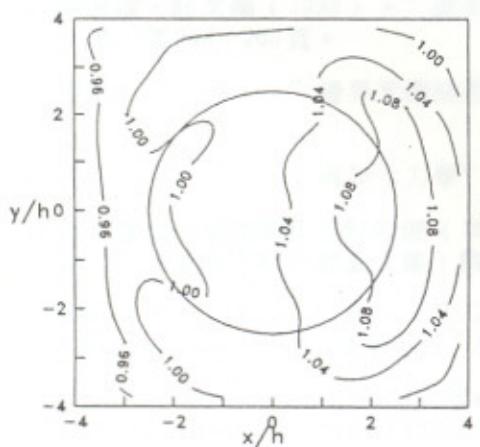
(b)  $\theta_o = 0^\circ$



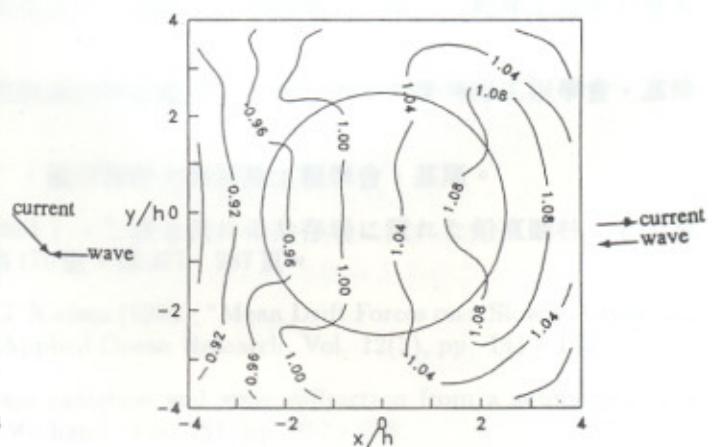
(c)  $\theta_o = 45^\circ$



(d)  $\theta_o = 90^\circ$

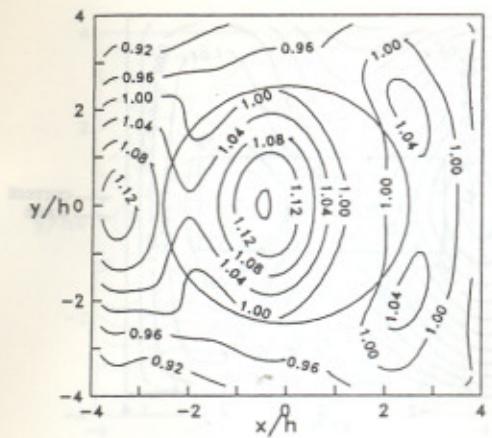


(e)  $\theta_o = 135^\circ$

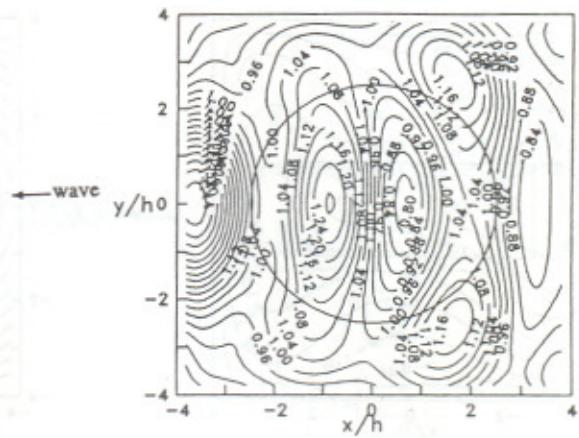


(f)  $\theta_o = 180^\circ$

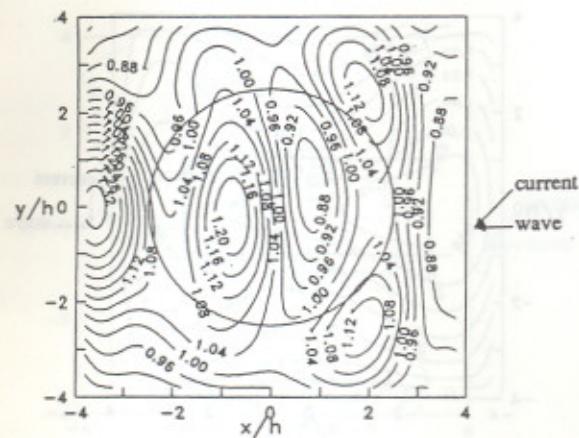
圖3  $k_0 h = 0.5$ , 波向  $\omega_o = 0^\circ$  時, 不同流向 ( $F_r = 0.1$ ) 作用, 領域II附近波高分佈



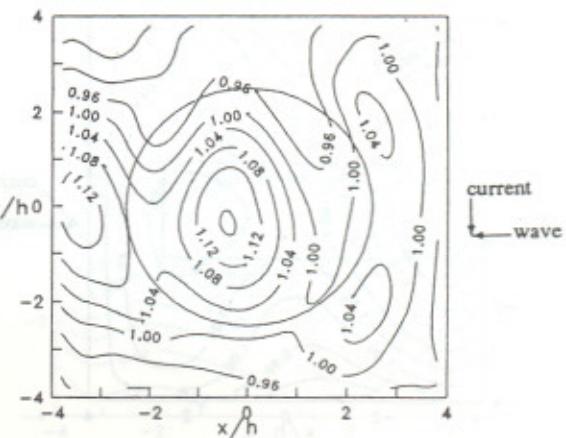
(a)  $U_o = 0$



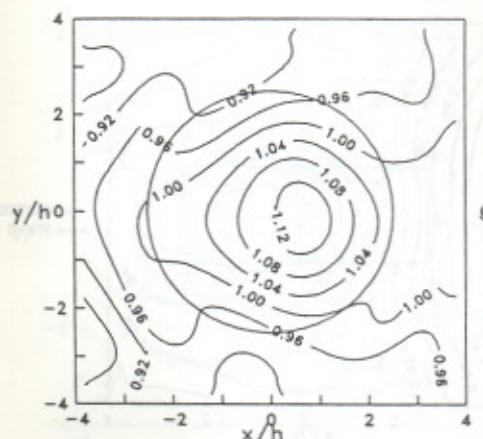
(b)  $\theta_o = 0^\circ$



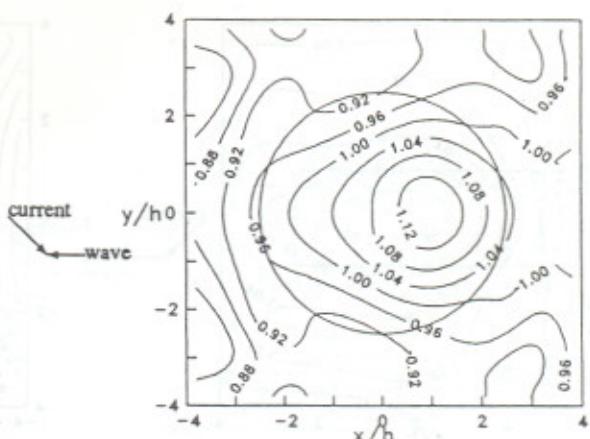
(c)  $\theta_o = 45^\circ$



(d)  $\theta_o = 90^\circ$

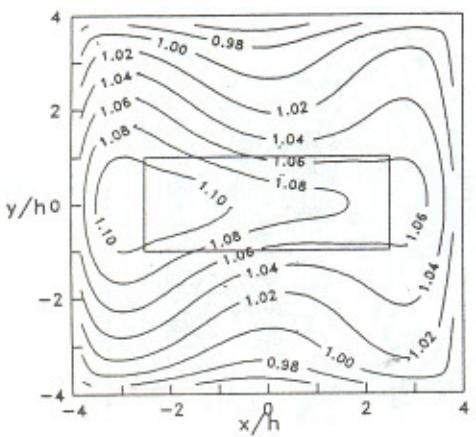


(e)  $\theta_o = 135^\circ$

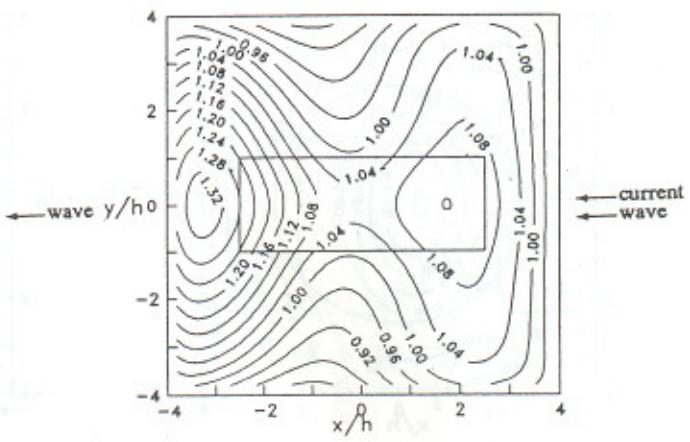


(f)  $\theta_o = 180^\circ$

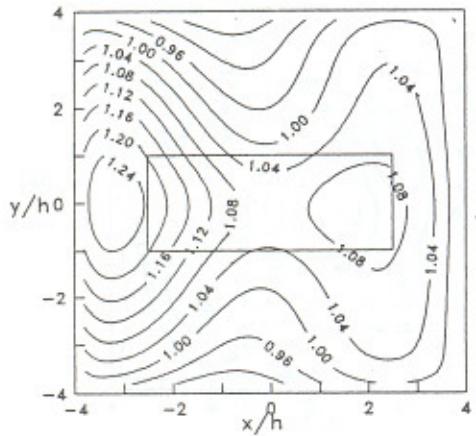
圖4  $k_0 h = 1.0$ , 波向  $\omega_o = 0^\circ$  時, 不同流向 ( $F_r = 0.1$ ) 作用, 領域II附近波高分佈



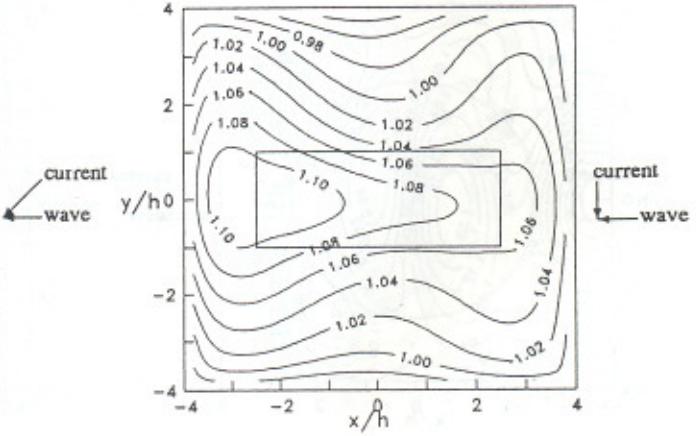
(a)  $U_o = 0$



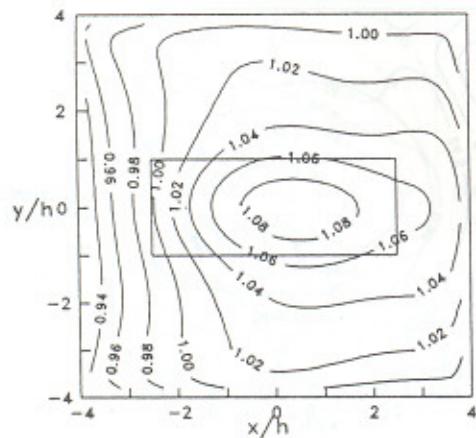
(b)  $\theta_o = 0^\circ$



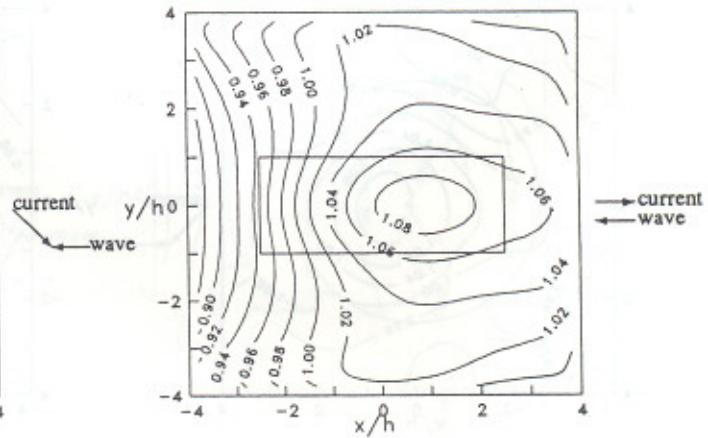
(c)  $\theta_o = 45^\circ$



(d)  $\theta_o = 90^\circ$

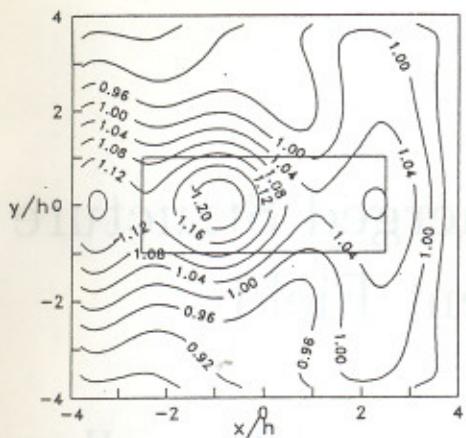


(e)  $\theta_o = 135^\circ$

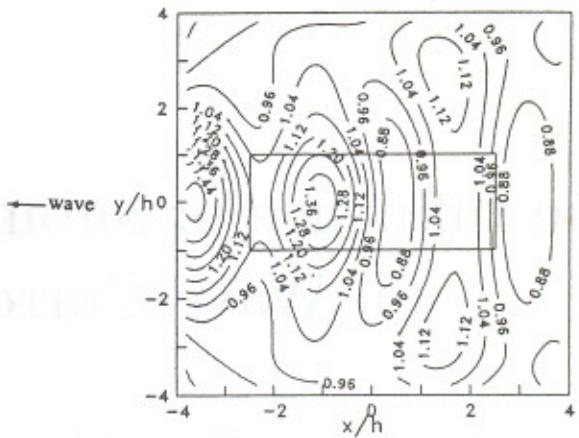


(f)  $\theta_o = 180^\circ$

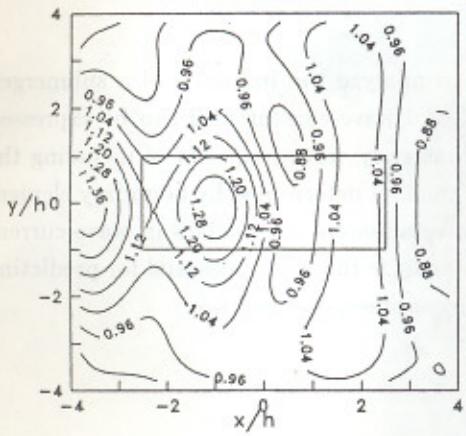
圖5  $k_0 h = 0.5$ ，波向  $\omega_o = 0^\circ$  時，不同流向 ( $F_r = 0.1$ ) 作用，領域II附近波高分佈



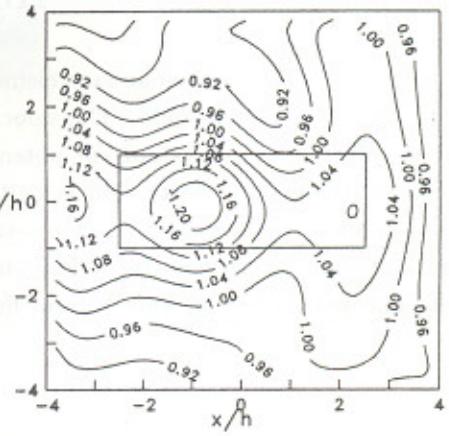
(a)  $U_o = 0$



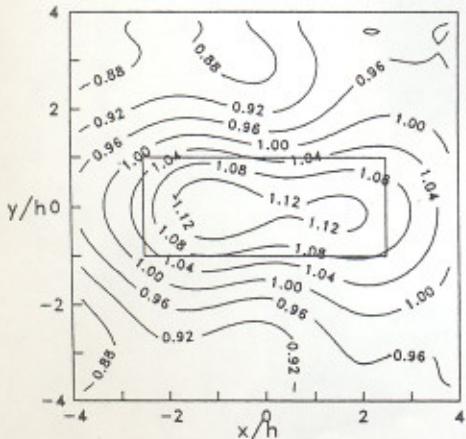
(b)  $\theta_o = 0^\circ$



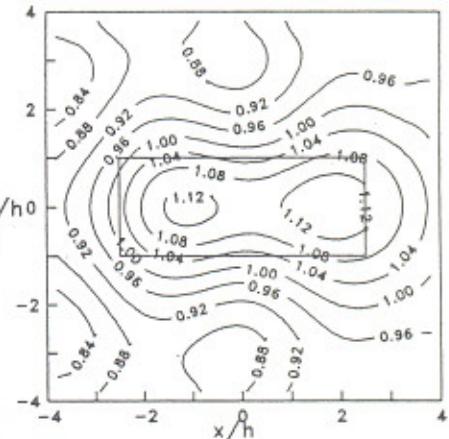
(c)  $\theta_o = 45^\circ$



(d)  $\theta_o = 90^\circ$



(e)  $\theta_o = 135^\circ$



(f)  $\theta_o = 180^\circ$

圖6  $k_0 h = 1.0$ ，波向  $\omega_o = 0^\circ$  時，不同流向 ( $F_r = 0.1$ ) 作用，領域II附近波高分佈

# The Influence of Submerged Structure on Wave-Current Field

Chung-Ren Chou<sup>1</sup>, Shinn-Shan Yan<sup>2</sup> and Wen-yu Han<sup>3</sup>

## Abstract

This paper used the 3-D boundary element method to analyze the influence of a submerged structure on the wave-current field. The velocity potential of a wave-current field can be expressed as a coupling effects of a steady current potential and an unsteady wave potential of including the effects of current (Doppler's effect). The velocity of current was first determined by boundary element method and applied the Doppler's effect to evaluate the wave apparent frequencies in wave-current field, then the boundary element method was used again to analyze the wave potential for predicting the wave height distribution in wave-current field affected by submerged structure.

<sup>1</sup>Professor, Dept. of Harbor and River Eng., National Taiwan Ocean Univ., Bee-Ning Rd. 2, Keelung 202, Taiwan.

<sup>2</sup>Graduate Student, ditto.

<sup>3</sup>Specialist, C.O.A. Taiwan.