

消波式二維數值造波水槽的開發研究

周宗仁¹ 石瑞祥² 尹彰¹

摘要

本研究以邊界元素法建立一消波式二維數值造波水槽，許多數值模式之建立為避免分析過程及結果受波浪反射之影響，一般則以開境方式處理或設置虛擬之消能設施等。本文模式於水槽之末端置一假想消能透水層，考量解析領域之連續性問題及消能係數之效果，將整個假想消能透水層同時分割為消能係數 μ 值漸變段及定值段，探討此消能透水層之漸變段、定值段與消能係數大小對波浪消波之效果，其中消波係數可為線性或以高階的形式表示，本文利用孤立波以線性之消能係數探討其消波效果。數值模式乃利用 Lagrangian 法描述流體運動並配合時間差分之觀念所建立，於自由水面設置一虛擬波高計量取水面變化之歷時，以入、反射波之波高及其能量衰減率探討此虛擬消波透水層之消波效果。

The Study of Numerical Wave Channel With Absorbing Boundary

Chung-Ren Chou Ruey-Syan Shih John-Z Yim

ABSTRACT

Numerical wave absorption zone has been developed widely in models to decrease the reflection of wave. Based on the Lagrangian description and finite difference of time derivative, the simulation of a two dimensional wave tank considering absorbing boundary are investigated in this study by means of boundary element method. With the time histories of water elevation measured by a pseudo wave gage, the absorption coefficient μ was verified by studying the case of solitary waves propagating over the water tank with a sponge zone fixed behind, where the sponge zone are divided into a smoothly varied μ area and a constant μ area. The purpose is to adopt an optimum combination of dissipation coefficient and sponge length to minimize the reflection.

一、緒論

利用數值方法探討各種波浪問題時，由於解析領域之範圍均為有限值，為設法避免解析過程中受波浪反射之影響，許多研究顯示於領域末端以開境之方式(open boundary)或置假想消能透水層(sponge layer)即可達到消波之效果。隨著近年來各種數值造波水槽模式的開發，若能解決此波浪反射之問題，除可大幅降低分析結果之誤差外，並可同時縮短解

析領域之範圍以解決數值模式必須採用大量元素之問題，雖以現代電腦科技之精進，解析領域可較以往增長許多，但為節省數值運算時間及增加有效的取樣波數，利用消能方式降低反射波之影響乃一必然的趨勢。開境方式可於開放式邊界導入 Sommerfeld 放射條件，將一無限長領域界定為一可供數值解析之有限領域，本法雖可節省計算容量及時間，但推算及運算過程較複雜。井島等(1971)及周(1976)於探討透水性防波堤及護岸等結構物時即假定結構物內部之波運動與假想空隙率 V 及抵抗速度之作用係數 μ 有關， μ 值採一定值，故解析時因速度勢之連續性問題需分成不同領域作積分。將消能

1. 國立臺灣海洋大學海海工程學系教授

2. 私立東南技術學院土木工程系助理教授

透水層之構想應用於斜坡上最早則由 LeMehaute (1972)所提出的消波海灘(absorbing beach)·Larsen 與 Dancy (1983)·Brorsen 與 Larsen(1987) 成功地在解析領域內配置消能區建立一無反射式造波水槽解析非線性重力波之造波問題。大山與灘岡(1990, 1991)參考井島等之構想在非線形不規則數值造波水槽之開發研究中於解析領域末端置一虛擬消波透水層,此消波區之另一端結合 Sommerfeld 放射條件,考慮水槽與消波區間速度勢之連續問題,消波區之消能係數分佈採自零開始以漸變之方式遞增。Karambas 與 Koutitas(1992)根據 Boussinesq 方程式模擬斜坡上波浪之碎波效應時採用一碎波消能關係式直接將超過碎波點之入射波能量依傳遞距離比例消散,此關係式之各項係數則根據實際試驗而得,模擬結果與實驗值雖可密切吻合,然其適用範圍僅適用於斜坡上碎波之模擬。為了能模擬週期波於陡坡上之淺化及碎波現象,Grilli(1994)於數值水槽之末端利用虛擬消波海灘有效的控制其參數降低波浪之反射問題,即於自由水面之動力學邊界條件上加一個外部的壓力參數 P ·此 P 參數採用 Cao 等(1993)之建議與水面上速度勢之法線方向導函數成比例。本文研究於數值造波水槽末端置一虛擬消能透水層,整個水槽為一閉之領域,考慮領域內速度勢之連續性問題,此消能透水層根據消能係數 μ 值之分佈情形又分成 μ 值漸變段及等值段,利用消波漸變段及等值段之長度關係與消能係數 μ 值的大小以孤立波探討其消波效果。

二、數值方法

2.1 基本假設與邊界條件

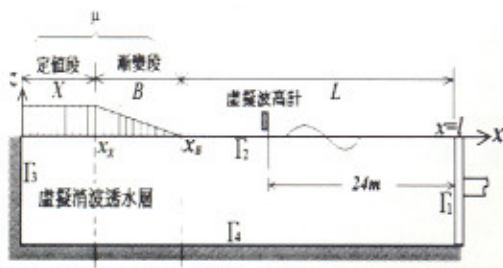


圖 1 消波式二維造波水槽定義圖

如上圖 1 所示,假定 $x-z$ 平面上有一造波水槽之斷面地形, x 軸以水平向右為正, z 軸以垂直向上為正,於離垂直岸壁 $x=l$ 處設一虛擬造波板邊界面 Γ_1 ,使整個解析之領域形成一封閉之區域,其中 Γ_2 、 Γ_3 及 Γ_4 分別表示自由水面、水槽岸壁及不透水底面。領域內之流體假定為非粘性、非壓縮性之理想流體,當波浪自造波板往垂直岸壁之方向推進時,領域內之流體運動應具有一速度勢 Φ ,且此速度勢滿足下列 Laplace 連續方程式:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

1. 在自由水面上,依動力學及運動學邊界條件可得下列關係式:

$$u = \frac{Dx}{Dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$w = \frac{Dz}{Dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{D\Phi}{Dt} + g\zeta - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{P}{\rho} = 0 \quad (4)$$

上式中之 D 表拉氏全微分, g 為重力加速度, ζ 為水面波形, P 為水面上之壓力,在水槽非消波段之水面上令大氣壓力恆為一定並視為 0,故 $P=0$ 。

在虛擬消波透水層之水面上, Cao 等(1993)建議之 P 值為:

$$P(x, \zeta) = \mu(x) \frac{\partial \Phi}{\partial n}(\zeta(x)) \quad (5)$$

$$\mu(x) = \mu_0 \rho \sqrt{gh} \left(\frac{x - x_l}{l} \right)^\alpha \quad (6)$$

其中 μ_0 為時間函數之消能係數, ρ 為密度, x_l 為消波海灘之起點, l 為消波海灘長度, $\alpha=2-3$ 。

另外,許多前人研究則建議 P 之近似值與水面上之速度勢成比例之關係(Grilli, 1995),本研究採用之 $P(x, \zeta)$ 可以表示為:

$$P(x, \zeta) = \mu(x) \Phi(\zeta, \eta, t) \quad (7)$$

$$\mu(x) = \mu_0 \rho \left(\frac{x_B - x}{B} \right)^\alpha \quad \cdot \quad x_A < x < x_B \quad (8)$$

$$\mu(x) = \mu_0 \rho \quad \cdot \quad x \leq x_A \quad (9)$$

其中 x_v 及 x_B 分別為定值段及漸變段之起點, B 為漸變段之長度, μ_0 為消能係數, 本研究之 μ 採線性分佈 (如圖 1 所示), 即 $\alpha=1.0$ 。

2. 垂直岸壁、水底面表面均假定為不透水, 故其法線方向之流速均為 0, 即:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (10)$$

其中 n 為法線方向之單位向量。

3. 虛擬造波板邊界面之水平移動速度 $U(t)$ 與水分子之水平速度必須連續, 故邊界面上有下列之關係式成立:

$$\bar{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial n} = -U(t) \quad (11)$$

模擬孤立波時, 根據 Boussinesq 之理論, $U(t)$ 可以表示如下:

$$U(t) = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \sec h^2 \left[\sqrt{\frac{3\zeta_0}{4h^3}} C(t-t_c) \right] \quad (12)$$

其中 ζ_0 、 g 及 h 分別為入射波波高、重力加速度及水深, C 為波速, t_c 為特徵時間, 定義為造波板推出時間之一半。

依據 Green 第二定理 (Green's Second Identity)

, 解析領域內任意一點之速度勢 $\Phi(x, z, t)$ 可藉由邊界上之速度勢 $\Phi(\xi, \eta, t)$ 及其對邊界上法線方向之一次導函數 $\partial \Phi(\xi, \eta, t) / \partial n$ 來決定, 即解析領域內任意一點 (x, z) 之速度勢可以下列積分方程式表示:

$$\Phi(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_r \left[\frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n} \ln \frac{1}{r} - \Phi(\xi, \eta, t) \frac{\partial}{\partial n} \ln \frac{1}{r} \right] ds \quad (13)$$

其中 $r = [(\xi - x)^2 - (\eta - z)^2]^{1/2}$ 。當領域內之任意點 (ξ, η) 趨近於平滑之邊界面 (ξ, η) 時, 其速度勢則可由下列積分方程式表示:

$$\Phi(\xi', \eta', t) = \frac{1}{\pi} \int_r \left[\frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n} \ln \frac{1}{R} - \Phi(\xi, \eta, t) \frac{\partial}{\partial n} \ln \frac{1}{R} \right] ds \quad (14)$$

其中 $R = [(\xi' - x)^2 - (\eta' - z)^2]^{1/2}$ 。

如圖 1 所示之定義圖, 各邊界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ 分別以 $N_1 \sim N_4$ 個節點加以分割, 使全部節點數 $N = \sum N_i$ ($i=1 \sim 4$), 每個元素以一次度線形元素作為分離化元素, 即任意元素 e_i 之兩端節點分別以 (x_i, z_i) 及 (x_{i+1}, z_{i+1})

來表示, 為了便於將各邊之邊界條件代入, 上式經以線形元素離散化後 (請參閱文獻周 (1983)), 可以再化為下列之矩陣形式:

$$[\Phi] = [O]_e [\bar{\Phi}] \quad i, j = 1 \sim 4 \quad (15)$$

上式之 $[\Phi]$ 及 $[\bar{\Phi}]$ 分別表示邊界上之速度勢及其法線方向之導函數值, $[O]$ 為與邊界幾何形狀有關之係數矩陣。

2.2 各邊界之初值條件

於起始造波時間 $t=0$ 時, 各邊界之起始值邊界條件分別如下所示:

1. 虛擬造波邊界面 Γ_1 於 $t=0$ 時有下列之關係:

$$\bar{\phi}_1^k = \frac{\partial \phi_1^k}{\partial n} = -U(k) \quad k=0 \quad (16)$$

式中之上標之 $k=0$ 表起始造波時間 $t=0$ 時刻。

2. 自由水面 Γ_2 在最開始 $t=0$ 時為完全靜止之液面, 其速度勢為 0, 即:

$$\bar{\phi}_2^k = 0 \quad k=0 \quad (17)$$

3. 垂直岸壁 Γ_3 及海底面 Γ_4 均為不透水, 故其法線方向之流速於任何時刻均為 0, 可得:

$$\bar{\phi}_i^k = \frac{\partial \phi_i^k}{\partial n} = 0 \quad (i=3, 4; k=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (18)$$

利用上述已知初始值條件, 可以(15)式求得同一時刻假想造波邊界面之速度勢 Φ_1^k , 自由水面法線方向之導函數 $\bar{\Phi}_2^k$ 以及垂直岸壁、水底部等邊界面上之速度勢 Φ_3^k 及 Φ_4^k , 利用(2)、(3)及(4)式對時間作前進差分, 可得下一時刻 $t=(k+1)\Delta t$ 水面各點之新位置 (x^{k+1}, z^{k+1}) , 以及其速度勢 Φ_2^{k+1} , 即:

$$\phi_2^{k+1} = \phi_2^k + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_2^k}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_2^k}{\partial n} \right)^2 \right] \Delta t - g z^{k+1} \Delta t - \frac{P^k}{\rho} \Delta t \quad (19)$$

其中 s, n 分別表示切線及法線方向, 另外, Γ_1 、 Γ_3 、 Γ_4 在 $t=(k+1)\Delta t$ 時刻之法線方向導函數 $\bar{\phi}_1^{k+1}$ 、 $\bar{\phi}_3^{k+1}$ 及 $\bar{\phi}_4^{k+1}$ 分別可由(16)式及(18)式求得, 將 $t=(k+1)\Delta t$ 時刻之各已知物理量及水面各點新位置以(15)式重新求解係數矩陣 $[O]$ 之值以便進行下一時刻之計算, 利用(10)、(11)式及上式可得 $t=(k+1)\Delta t$ 時刻各邊之相關物理量之矩陣如下:

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{bmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & -O_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -O_{22} & 0 & 0 \\ 0 & -O_{12} & 1 & 0 \\ 0 & -O_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_{11} & 0 & O_{13} & O_{14} \\ O_{21} & -1 & O_{23} & O_{24} \\ O_{31} & 0 & O_{33} & O_{34} \\ O_{41} & 0 & O_{43} & O_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{bmatrix}^k \quad (20)$$

其中 I 為單位矩陣。時間反覆計算流程之細節請參閱 Chou&Shih(1996)。

2.3 數值計算

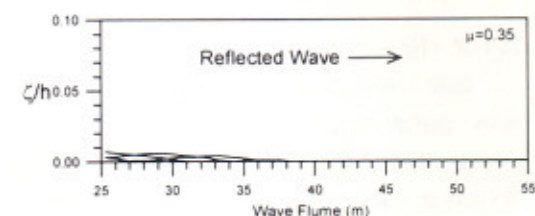
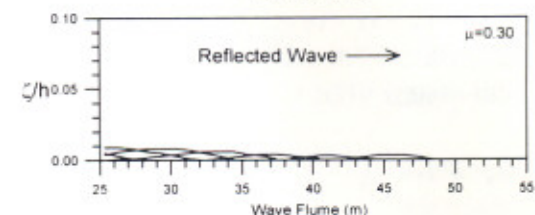
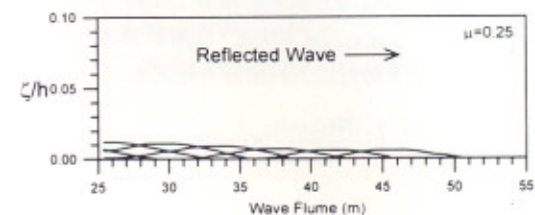
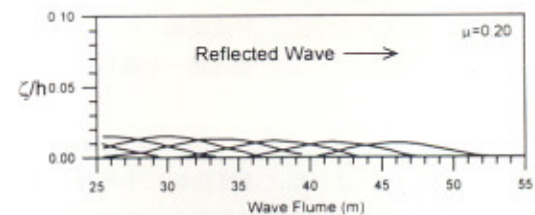
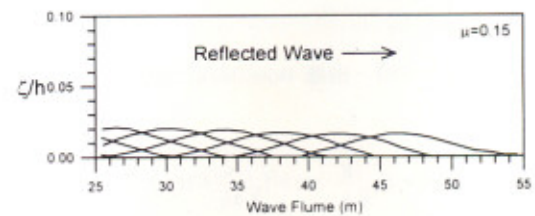
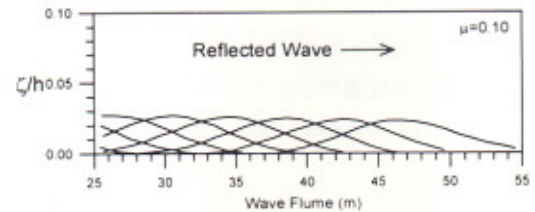
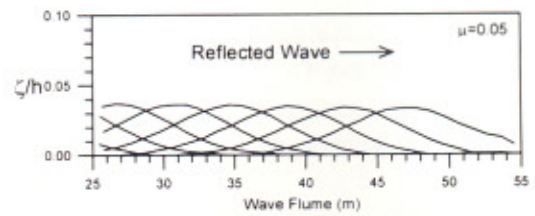
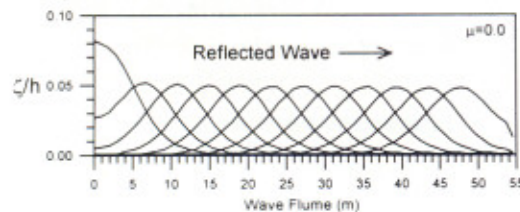
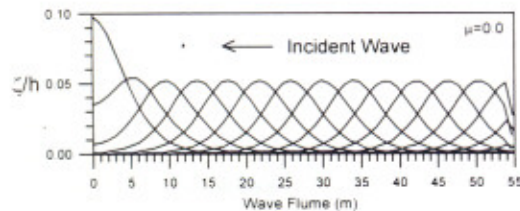
數值造波水槽之水深定為 $h=1m$ ，而非消波段之水槽長度 $L=30m$ ，孤立波之造波條件分別為 $\zeta_0/h=0.05$ 、 0.1 、 0.2 及 0.3 來造波，虛擬消波透水層位於水槽之末端，其中 μ 定值段保持為 $X=10m$ ， μ 漸變段則分別為 $B=5m$ 、 $10m$ 及 $15m$ 。本文模擬孤立波造波時，時間間距採 $\Delta t = t_c/200$ 。圖 2 為 $X=10m$ 、 $B=15m$ 、 $\zeta_0/h=0.05$ 及 $\mu_0=0-0.5$ 時數值水槽水面上孤立波入射波與反射波之波浪傳遞時另外，為探討不同 B 長度與 μ 值對波浪能量之衰減率，如圖 1 所示，於水槽中央距離造波板 24m 處設置一虛擬波高計，以測定波浪入射時之波高及反射後之波高。孤立波能量 E 之理論值可以下式求得(湯,1986)：

$$E = \frac{8}{3} \rho g h \zeta \sqrt{\frac{\zeta}{3h}} \quad (21)$$

利用上式計算所得之入、反射波能量即可求得其能量衰減率，即：

$$K_r = (1 - \frac{E_r}{E_i}) \times 100\% \quad (22)$$

其中 K_r 為能量衰減率， E_i 入射波能量， E_r 為反射波能量。



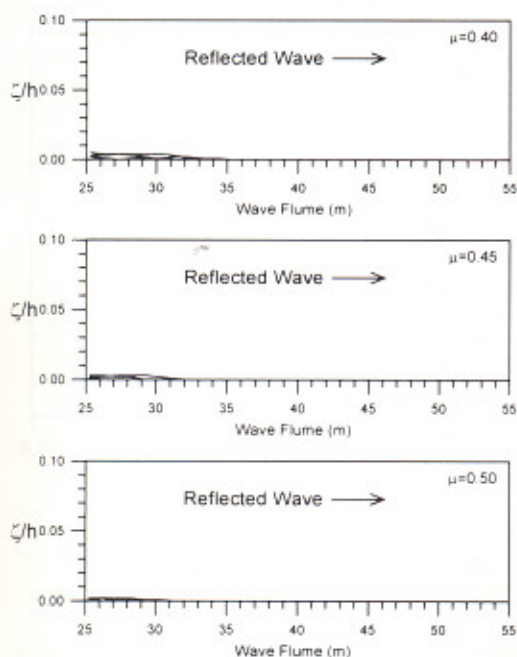


圖 2 孤立波反射波歷時與 μ 值之關係

三、結果分析

3.1 水面波高變化

為探討在相同 μ 值下，若僅加長漸變段之長度，是否能增加消波之效果，本文改變消波透水層之漸變段長度後再作比較。當 $X=10\text{m}$ 、 $B=5\text{m}$ ，造波條件為 $\zeta_0/h=0.05$ 時，在 $\mu=0.0$ 時反射波之波高為 $\zeta/h=0.05$ ，表示全反射之現象， $\mu=0.1$ 、 0.2 及 0.3 時反射波之波高分別為 $\zeta/h=0.032$ 、 0.021 及 0.014 ，而當 $\mu=0.5$ 時，反射波高則降至 0.0062 。

將消波段改成 $X=10\text{m}$ 、 $B=15\text{m}$ ，以相同造波條件 $\zeta_0/h=0.05$ 造波，自由水面所呈現之水位變化經以虛擬波高計所量測的結果如圖3所示，圖中左邊之波形為入射波水位之變化，右半部之波形則為孤立波經垂直岸壁反射後之波高變化，可明顯看出隨著 μ 值的變大而逐漸減小，當 $\mu=0.0$ 時反射波之波高亦為 $\zeta/h=0.05$ ，呈現全反射現象，在 $\mu=0.1$ 、 0.2 及 0.3 時反射波之波高分別為 $\zeta/h=0.027$ 、 0.015 及 0.008 ，當 $\mu=0.5$ 時，反射波高則降至 0.00087 ，已趨近於零，較 $B=5\text{m}$ 時的 0.0062 小許多，由此可見當 $B=15\text{m}$

之消波效果較 $B=5\text{m}$ 時良好，而 $B=10\text{m}$ 時則介於兩者之間。

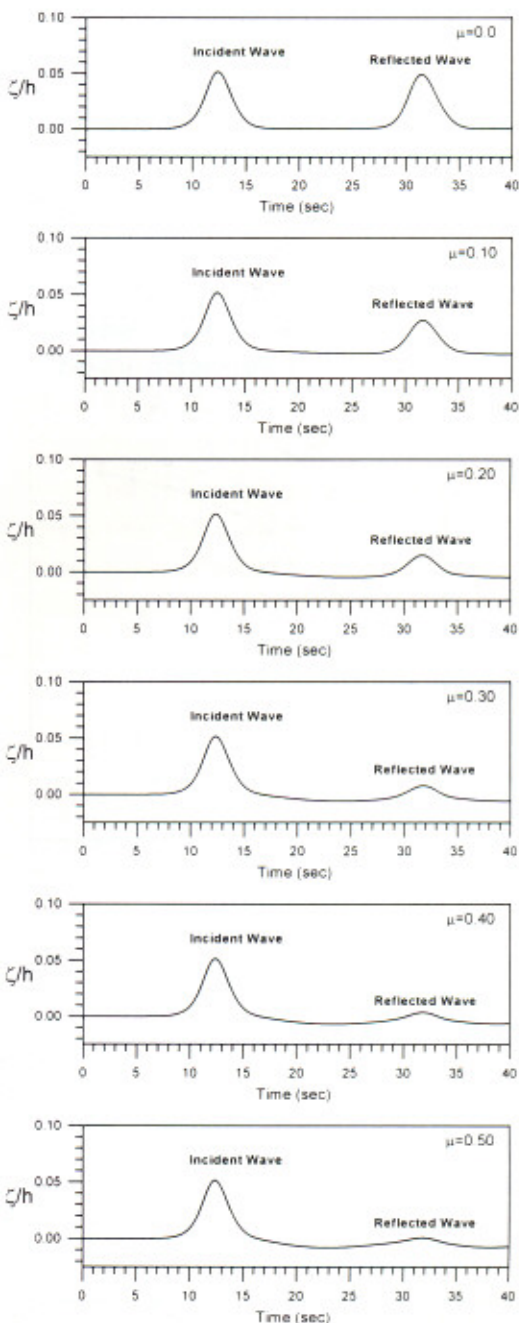


圖 3 孤立波反射後水面變化與 μ 值之關係

3.2 波浪能量衰減率

虛擬波高計所量測得之波高以式(22)計算之結果如圖 4(a)-(c)所示，圖中顯示當入射波條件相同時，改變消波漸變段之長度可增加其消波之效果，以圖 4(a)為例， $B=5\text{m}$ 時在 $\mu=0.5$ 時之波能衰減率為 96%，而 $B=15\text{m}$ 時則在 $\mu=0.35$ 時即已衰減 96.5%， $\mu=0.5$ 時更高達 99.8%，已趨近於百分之百完全消波。其中各曲線於 $\mu=0.5$ 時已逐漸趨於平緩，故欲再增加其衰減率似乎必須將 μ 大幅增大，比較有效的方法即是將消波段稍微加長即可。另一方面，增加消波段之長度時整個解析領域所需採用之節點數亦增加許多，相對的數值運算時間即大幅增長，故適度的配合 μ 值與 B 之長度即可得最佳消能效果。

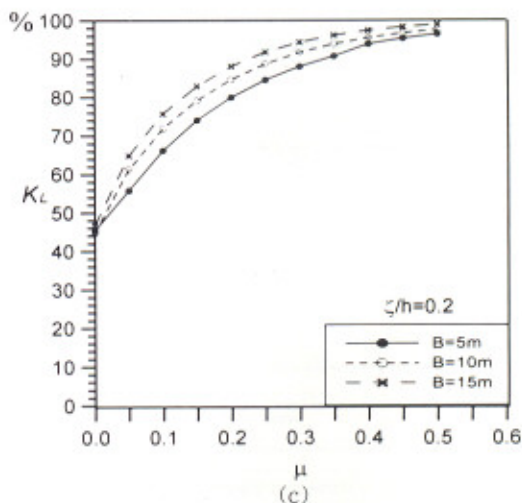
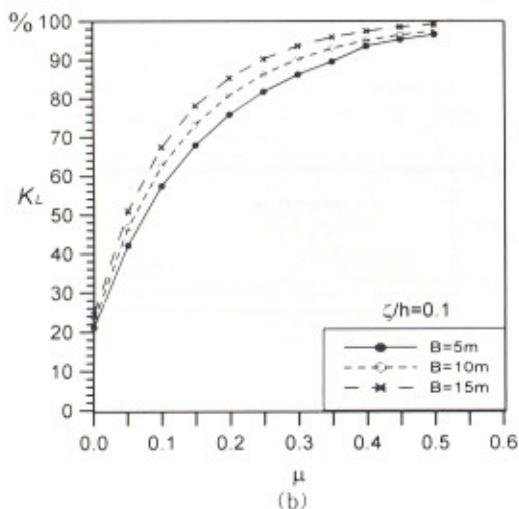
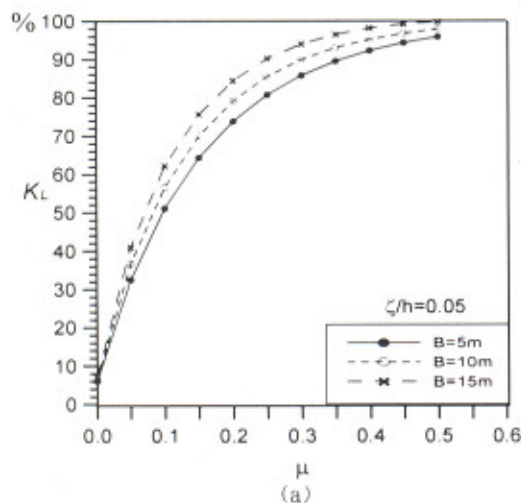
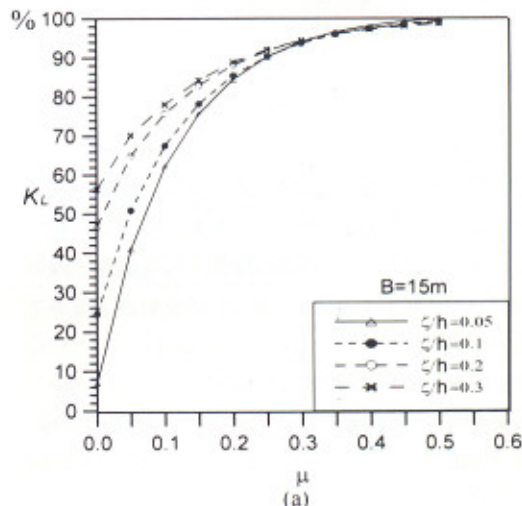


圖 4 孤立波能量衰減率與 B 段長度之關係

另外，比較此三圖雖然發現在 $\mu=0.1$ 時波浪能量均有 50% 以上的能量衰減率，但同時亦發現當入射波高愈大時，在 $\mu=0.0$ 時所得之結果亦較差。

由圖 5(a)-(c)中之曲線比較其切線方向之斜率，顯示消波透水層在 $\mu < 0.3$ 時對波高較小的波浪有較大幅度的消波效果，但在 $\mu \geq 0.3$ 之後其能量衰減率則趨於一致，亦即對於任意入射波高條件，在 $\mu \geq 0.3$ 時均有相當接近的能量衰減率，而其中又以 $B=15\text{m}$ 、 $\mu=0.5$ 時最佳。



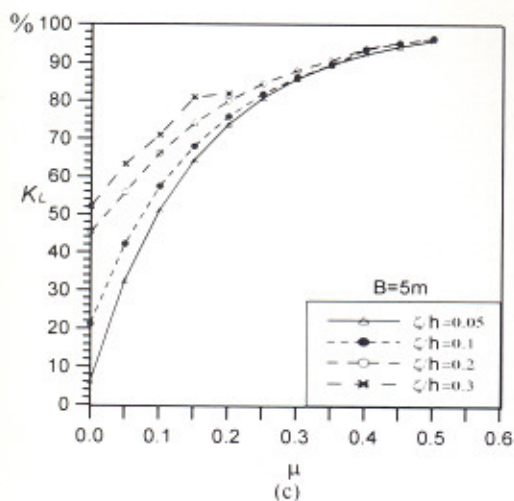
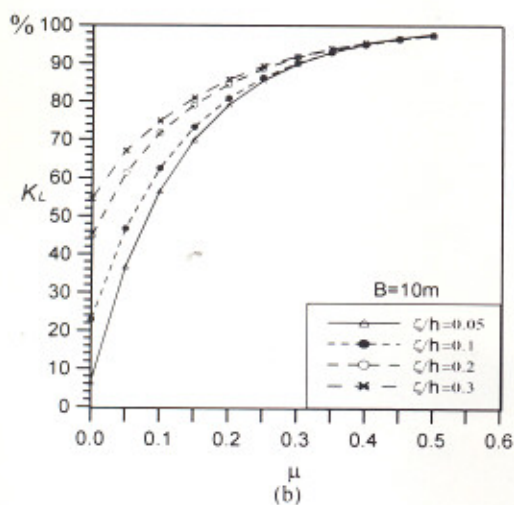


圖5 μ 值對孤立波不同波高之能量衰減率

四、結論

利用虛擬消波透水層以邊界元素法所建立之消波式二維斷面數值造波水槽經分析之結果，發現其消波效果相當良好，但 μ 值增大未必就能快速提升其能量衰減率，而增長消波透水層之長度其計算節點數增加，相對的亦需增長數值運算之時間，故消能係數 μ 需配合適當之消波透水層長度 B 方能有最佳之消波效果。在消能係數 μ 方面，當 $\mu \geq 0.3$ 時能量衰之減率逐漸趨於一致，此時適度的增加虛擬消波透水層之長度，可以提升其消波效果。在消波透水層長度 B 方面，當 $B=5\text{m}$ 時，波高較高之入射

波穩定性較差，在 $B=15\text{m}$ 時則有最佳之消波效果，經分析後得知當 $\mu=0.5$ 、 $B=15\text{m}$ 時其能量衰減率可高達99.8%。本文模式先以孤立波來證實其可行性，將進一步以週期性波浪為對象，尤其在不規則數值造波水槽方面，由於消波透水層可大幅降低反射波對入射波之影響，故可增加有效之取樣波數，本文之研究將繼續以此消波式二維數值水槽為基礎，進一步應用到不規則造波水槽及三維數值造波水槽之開發與研究。

謝誌

本文係國科會專題研究計畫「消波式二維數值造波水槽的開發研究」(編號 NSC89-2611-E-019-027)之研究成果，承蒙國科會經費之贊助使本研究得以完成，謹致感謝之意。

參考文獻

1. 周宗仁(1983) "邊界元素法在波浪力學之應用"，台灣海洋學院河海工程學會。
2. 湯麟武 (1986) "波浪學綱要"，台南水工試驗所，199頁-201頁。
3. Brorsen, M. and J.Larsen, (1987) "Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method", *Coastal Engineering*, Vol.11, No.4, pp.93-113.
4. Cao, Y., R.F.Beck, & W.W.Schultz, (1993) "An absorbing beach for numerical simulations of nonlinear waves in a wave tank", *Proc. 8th Intl. Workshop Wavter and Floating Bodies*, pp.17-20.
5. Chou, C.R. and R.S.Shih, (1996) "Generation and deformation of solitary waves", *China Ocean Eng.*, China Ocean Press, Vol.10, No.4, pp.419-432.
6. Grill, S.T., I.A.Svendsen and R. Subramanya, (1997) "Breaking Criterion And Characteristics For Solitary Waves On Slopes", *Journal of waterway, port, coastal and ocean engineering*, Vol.123, No.3, pp.102-112.
7. Grill, S.T. & R.Subramanya, (1995) "Recent advances in the BEM modeling of nonlinear water waves", *BE Applications in Fluid Mechanics*, Chapter 4, pp.91-122.

8. Karambas, Th.V. and C.Koutitas (1992) "A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equation", *Coastal Engineering*, Vol.18, pp.1-19.
9. Larsen, J. and H. Dancy (1987) "Open boundaries in short wave simulations—A new approach", *Coastal Engineering*, Vol.7, pp.285-297.
10. LeMehaute, B. (1972) "Progressive wave absorber", *J. Hyd. Res.* Vol.10(2), pp.153-169.
11. 井島武士, 江口奉彦 & 小林 彰 (1971) "透過性防波堤と岸壁に關する研究", 第18回海岸工学講演會論文集, pp.121-13.
12. 周 宗仁 (1976) "海岸結構物による波の變形に關する研究", 日本國立九州大學大學院博士論文。
13. 大山 巧 & 瀧岡和夫 (1990) "數值波動水槽における開境界處理のための數值消波フィルターの開發", 海岸工学論文集, 第37卷, pp.116-120.
14. 大山 巧 & 瀧岡和夫 (1991) "非線形不規則波動場を對象とした數值波動水槽の開發", 土木學會論文集, No.429/II-15, pp.77-86.