

三維數值 L 型多方向不規則造波機 的開發(II)

石瑞祥¹ 周宗仁²

¹ 東南科技大學營建科技系副教授

² 國立台灣海洋大學河海工程學系暨研究所教授

摘要

本研究利用邊界元素法所建立之數值模式模擬平面水槽兩側造波板區列同時造波時所產生的斜向入射波(oblique wave)水面波形變化與波浪傳遞過程。數值模式配合時間領域之觀念及流體運動 Lagrangian 描述法之觀念，完成三維多方向平面造波水槽之開發。本文模式將水槽之界面分割為許多四邊形線形元素(quadrilateral elements)，解析時採用蛇形造波機(serpent type wave generator) 為造波機之型式，各造波單元可視為與二維數值水槽相同且各自獨立運動的活塞式造波機造波板，在數值模式中則為各自運動的元素。本研究以前期研究計劃之研究結果為理論基礎，利用垂直方向及小斜向角度來模擬不同條件之規則波浪的造波，以檢驗數值模擬之可行性與結果之正確性，俾便將來繼續進行孤立波、短峰波、單方向與多方向不規則波浪及大角度入射波之各種不同入射方向的造波模擬。

關鍵詞：邊界元素法、三維數值水槽、蛇形造波、L 型多方向不規則造波機、四邊形線形元素

Development of Numerical 3D L-type Multiple Directional Irregular Wave Generator II

Ruey-Syan Shih* Chung-Ren Chou

* Associate Professor, Department of Construction Technology, Tunghan University

ABSTRACT

A further extension of the development of L-type wave generators are investigated presently by adopting the BEM with quadrilateral elements. The numerical scheme was based on the Lagrangian description with finite differencing of the time derivative. In this study, waves are generated separately by the two series of serpent type wave generators settled in L shape, each element on the boundary of pseudo wave generators can be treated as a singular piston-type wave generator with serpentine motion in sequence. The studies of perpendicular waves are executed in the first instance by applying the theoretical results to the boundary conditions of the present 3D model to verify the scheme. The generations and propagations of oblique waves in larger angle, including oblique solitary wave, short-crested wave, uni- and/or multi-directional irregular waves can therefore be studied with this numerical scheme, prospectively.

Keywords: Boundary element method; Numerical 3D basin; Serpent-type wave generation; L-type multidirectional irregular wave generator; Quadrilateral element

一、前言

多方向不規則波之試驗，以往將多部單方向造波機依特定角度之弧線排列來達到多方向造波之目的作法效果不甚理想，於是便開發一種所謂的蛇狀

造波機(serpent-type wave generator)，可在不移動造波機之條件下造出大範圍不同方向的斜向入射波浪，逐漸被許多大型實驗室所採用。多方向造波水槽之研究在近幾年來的學術界上被熱烈的討論並發表過許多值得參考的研究成果，可以簡單歸納為試驗與數值計算兩方面來探討。實驗雖然是研究波浪特性最直接也是最真實的一種方式，但對於一些很難甚至無法由實驗獲得的物理量則許多學者設法轉以數值計算的方式來探討。

雖然說蛇狀造波機之造波原理早在近半世紀前就已經存在，但直到近二十年來才開始應用在真實的造波問題上，主要是因有高速電腦控管與軟體程式的開發。Matsumoto 與 Hanzawa (1996) 利用非線性最小二乘法之方式以多方向不規則造波來探討斜向波浪傳遞過程之一致性(uniformity)，在試驗水槽設定兩個量測區以進行波浪造波試驗，經比對結果其一致性堪稱良好。笈田等(1994)利用實驗之方式探討多方向造波裝置造波板運動與所產生的波高及入射角度間之關係並檢討兩端造波板之運動方式。

在數值模擬上，伊藤等(1994)以數值方式探討吸收式多方向不規則波造波理論對反射波之消波效果，以應用在多方向造波對模型結構物作用下之數值模擬。Li 與 Williams (1998, 2000) 利用一系列分段造波板(segmented wave generator)以蛇型運動(snake-like motion)方式來製造不同斜向角度的波浪，在頻率領域內以一階及二階邊界值控制造波板之擺幅模擬平面半無限長造波水槽之造波問題。

儘管目前可利用蛇型造波原理進行規則波、不規則波、孤立波、短峰波等波浪的造波，在不同角度的一致性也經過實驗的檢驗，但僅由單一區列之蛇狀多方向不規則造波機所造出之入射波仍有其最佳造波範圍之限制，理論上雖可造出大範圍角度的斜向入射波，實際上仍需視水池之形狀與尺度而定。在數值模擬或實際實驗室之造波水槽均有其最佳的造波角度，且考慮到兩側邊界面的立即反射效應，容易引起數值模式的不穩定。在數值模式中，因受有效造波區之限制，模型更必須配置於其有效造波範圍內，故通常較接近造波機，模擬過程亦將因受到有限之造波區範圍而影響結果之精確度。

為解決單一造波機區段之有效設置區狹小的問題，Funke 與 Miles (1987)以實驗室之平面水槽利用

角區反射法(Corner Reflector Method)使兩端之造波機配合遠端垂直岸壁之反射波來達到擴大有效試驗區域之目的，其作法乃類似撞球運動的方式將部份波浪經詳細計算後以反方向某特定角度造波，使其反射波恰好通過試驗區。伊藤一教(1995)等及 Ito (1996)等將水槽單區列之 52 部造波機拆成兩區及三區段，分別將單邊分別為 30 部及 22 部所組成的 L 型(L-shape)配置造波機水槽，及由 22、15 及 15 部造波機所組成所謂 C 字型(C shape)配置組成無反射多方向造波機水槽，主要區列為 22 部，而左右兩翼側各有 15 部，以實驗之方式探討規則波及不規則波由不同入射角度入射之波浪的消波效果。Hiraishi 等(1995)亦利用實驗之方式探討多方向不規則造波機之造波效果，在多區列造波機(multi-face generator)之角端處的造波與整個平面水槽造波之比較，發現受到互相牽制之影響，在角端處所產生的波浪有偏小的現象。本文亦可利用本文模式來探討此類問題。

為解決單區列造波水槽試驗區範圍狹小之問題，本研究利用三維造波水槽之原理建立 L 型多方向造波機之數值平面水槽，如圖 1 所示，由造波機區段(II)所產生之有效造波區範圍可以補造波機區段(I)不足之區域範圍，提高了有效區域範圍，對於欲探討之模型配置區因有效區域範圍擴大，可以增加與造波板間之距離，降低模型與造波板距離過短所產生之誤差。

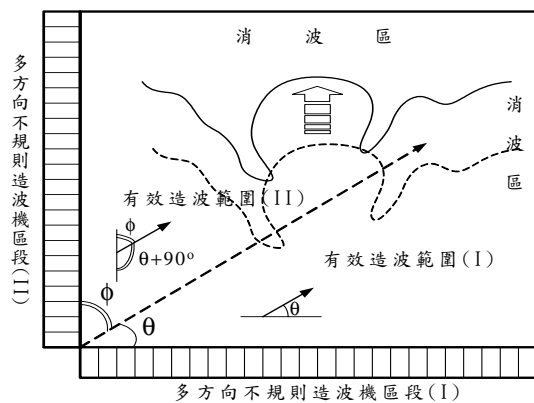


圖 1 三維多方向不規則造波水槽

二、理基本理論與假設

造波水槽如圖 2 所示，座標原點 0 定於靜水面(x,y)與造波機靜止時的左側交接處，z 軸垂直向上。各邊界面分別為自由水面 Γ_1 、第一區列多方向不規

則造波機 Γ_2 、右側不透水垂直岸壁或消波區 Γ_3 、第二區列多方向不規則造波機 Γ_4 、後側不透水垂直岸壁或消波區 Γ_5 及不透水海底 Γ_6 。解析領域為各邊界面所圍成的封閉領域。水槽水面 Γ_1 有 4961 個元素， $\Gamma_2 \sim \Gamma_6$ 分別各有 123、183、183、123 及 341 個元素，利用 8 部電腦作平行運算，平均計算一個時距(time step) Δt 約費時兩小時。

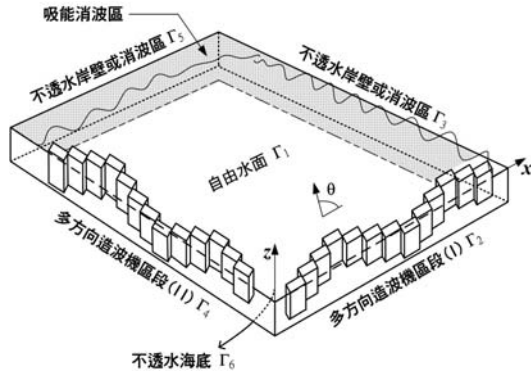


圖 2 3D-L 型多方向不規則造波水槽示意圖

1. 基本假設

領域內之流體假定為非粘性、非壓縮性以及非旋性之理想流體，領域內之流體運動具有一速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 滿足下列 Laplace 方程式：

$$\frac{\partial \Phi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \Phi^2}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

根據 Green 定理，流體內任意一點的速度勢 Φ 可由下列積分方程式表示：

$$\alpha \Phi(x, y, z; t) = \int \left\{ \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, \zeta; t)}{\partial n} G(\zeta, \chi) - \Phi(\xi, \eta, \zeta; t) \frac{\partial G(\zeta, \chi)}{\partial n} \right\} d\Gamma \quad (2)$$

$$\alpha(\chi) = \begin{cases} 1 & \text{within the fluid domain} \\ 1/2 & \text{on the smooth boundary} \\ 0 & \text{outside the fluid domain} \end{cases}$$

$$G(\zeta, \chi) = \frac{1}{4\pi r} \quad (3)$$

$$\frac{\partial G(\zeta, \chi)}{\partial n} = \frac{-1}{4\pi r^2} \frac{\partial r}{\partial n} \quad (4)$$

$$\chi = (x, y, z)$$

$$\zeta = (\xi, \eta, \zeta)$$

$$r = |\zeta - \chi| = \sqrt{(\xi_x - x)^2 + (\xi_y - y)^2 + (\xi_z - z)^2}$$

r 為流體內任意一點與邊界上任意一點間的距離， n 表示向外法線。

邊界由上述六個不同的邊界組成，由於上式無法求得解析解必須利用數值分析，本研究對各邊界面以 N_p ($p=1 \sim 6$) 個節點組成的平面一次元素加以離散，元素的分割採取若干個許多微小的四邊形線形元素 (quadrilateral elements)，可得：

$$\alpha \Phi_i(x, y, z, t) + \sum_{p=1}^6 \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{s=1}^4 h_{ij}^s \Phi_j(\xi_x, \xi_y, \xi_z, t) \quad (5)$$

$$= \sum_{p=1}^6 \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{s=1}^4 g_{ij}^s \bar{\Phi}_j(\xi_x, \xi_y, \xi_z, t)$$

$$h_{ij}^s = -\frac{1}{8\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_s \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{ij}} d\xi d\eta \quad (s=1 \sim 4) \quad (6)$$

$$g_{ij}^s = \frac{1}{8\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_s \frac{1}{r} \Big|_{\Gamma_{ij}} d\xi d\eta \quad (s=1 \sim 4) \quad (7)$$

上式中之 ξ 、 η 表示無次元座標。

2. 邊界條件

領域內之各邊界面的初始條件與邊界條件如下：

a. 自由水面上，依運動學及動力學邊界條件得：

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) - g\zeta - \frac{P}{\rho} \quad (8)$$

上式中， D 表示全微分， g 為重力加速度， ζ 為水面波形， P 為水面上之錶計壓力，在主要試驗之非消波區水面上一般令大氣壓力恆為一定並視為 0。

b. 實驗室控制造波板之運動條件為造波板位置與時間之特定函數關係，而數值模式上則為造波板運動速度與時間所對應之函數。故造波運動在第一區段造波板 Γ_2 上之水粒子法線方向的運動速度應與造波板的移動速度 $U_1(j_1)$ 相等，即：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = U_1(j_1) \quad (9)$$

同理，第二區段造波板 Γ_4 上：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = U_2(j_2) \quad (10)$$

其中 j_1 、 j_2 分別為 Γ_2 及 Γ_4 上之造波板個數。

c. 在右側岸壁 Γ_3 、水槽末端岸壁 Γ_5 及固定海底 Γ_6 ，因假定不透水得：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (11)$$

3. 聯立方程式

將(2)式以下列矩陣形式表示：

$$[\Phi] = [O][\bar{\Phi}] \quad (12)$$

其中：

$$[O] = [H + I]^{-1} [G]$$

$$[H] = \sum_{s=1}^4 h_{ij}^s$$

$$[G] = \sum_{s=1}^4 g_{ij}^s$$

將(12)式以下列部份矩陣形式表示為:

$$[\Phi_i] = [O_{ij}] [\bar{\Phi}_j] \quad (i, j=1 \sim 6) \quad (13)$$

由於邊界 Γ_3 、 Γ_5 及 Γ_6 上的 $\bar{\phi}_j$ ($j=3,5,6$) 為 0，可先計算 t 時刻邊界 Γ_1 上的速度勢值如下:

$$\Phi_1' = O_{11}' \bar{\Phi}_1' + O_{12}' \bar{\Phi}_2' + O_{14}' \bar{\Phi}_4' \quad (14)$$

對(8)式的時間微分項採前進差分得:

$$\Phi_1^{t+1} = \left[\frac{1}{2} (\Phi_{1x}^2 + \Phi_{1y}^2 + \Phi_{1z}^2)^{t+1} - g\eta^{t+1} \right] \Delta t + \Phi_1' \quad (15)$$

上式可計算 $(t+1)$ 時自由水面 Γ_1 上的速度勢值，再由下式可計算出 $(t+1)$ 時刻自由水面 Γ_1 上的速度勢法線方向導函數值。

$$\bar{\Phi}_1^{t+1} = [O_{11}^{t+1}]^{-1} [\Phi_1^{t+1} - O_{12}^{t+1} \bar{\Phi}_2^{t+1} - O_{14}^{t+1} \bar{\Phi}_4^{t+1}] \quad (16)$$

經反覆計算，可計算各時刻自由水面上的速度勢值。

4. 波向與各造波板間相位之關係

蛇形造波板運動產生斜向入射波之角度大小須根據各相鄰的分段(segment)造波板間所產生的相位差量，欲產生方向角度為 θ 之波浪，方向角 θ 與造波板間之相位有下列之關係：

$$\sin \theta = \frac{L}{j \cdot D} \quad ; \quad n \Delta \alpha = 2\pi \quad (17)$$

其中 L 為波長， j 為造波板序號， D 為各分段造波板之寬度，而 $\Delta \alpha$ 為造波板間之相位差，整理得：

$$\Delta \alpha = k D \sin \theta \quad (18)$$

當波浪能量以波群之方式沿著 θ 方向以波速 C 傳遞時，沿著波峰方向之能量應與造波板前之能量一致，對於垂直運動之造波板而言，板前波浪之傳播速度應為 $U = C \cos \theta$ 。

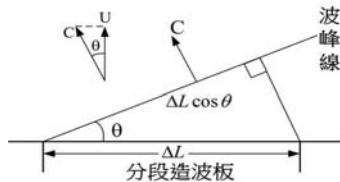


圖 3 斜向波造波板運動示意圖

三、造波控制條件

模擬造波可利用上述(9)式及(10)式中 $U_1(j_1)$ 、 $U_2(j_2)$ 之關係式，依不同造波條件可造出不同條件與形式的波浪，其條件分述如下：

1. 規則波造波條件

$$U_1(j_1, t) = \zeta_0 \alpha(f) \sigma \sin(\sigma t - k \cdot x \cos \theta) \quad (19)$$

$$U_2(j_2, t) = \zeta_0 \alpha(f) \sigma \sin(\sigma t - k \cdot y \sin \theta) \quad (20)$$

$$\alpha(f) = \frac{\sinh kh \cosh kh + kh}{2 \sinh^2 kh}$$

$$j_1 = 1 \sim n \quad , \quad j_2 = 1 \sim m$$

其中 θ 表示入射波角度。

2. 孤立波造波條件

$$U_1(j_1, t) = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \sec h^2 \left[\sqrt{\frac{3\zeta_0}{4h^3}} C(t - t_c) - x \cos \theta \right] \quad (21)$$

$$U_2(j_2, t) = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \sec h^2 \left[\sqrt{\frac{3\zeta_0}{4h^3}} C(t - t_c) - y \sin \theta \right] \quad (22)$$

3. 單方向不規則波造波條件

$$U_1(j_1, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2df S_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k \cdot x \cos \theta - \varepsilon_n) \quad (23)$$

$$U_2(j_2, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2df S_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k \cdot y \sin \theta - \varepsilon_n) \quad (24)$$

$$\sigma_N = 2\pi f_N$$

$$S_0(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-4} f^{-5} \exp[-1.03(T_{1/3} f)^{-4}]$$

$$S(f) = \alpha(f)^2 \cdot S_0(f)$$

4. 多方向不規則波造波條件

$$U_1(j_1, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2df S_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k_n \cdot x \cos \theta_{f_n} - \varepsilon_n) \quad (25)$$

$$U_2(j_2, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2df S_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k_n \cdot y \sin \theta_{f_n} - \varepsilon_n) \quad (26)$$

其中 $\theta_{f_n} = h(\theta, f_n)$ ，表示方向分散函數 (directional spreading function)。

四、結果與討論

為探討造波板運動時水面波高變化之正確性，避免受到兩側反射波浪之影響，主要均先以垂直方向之造波來進行驗證。初步模擬結果如下：

1. 規則波造波水面波形變化

圖 4 為垂直造波板方向之規則波之造波運動模擬，其中 x 軸與 y 軸分別為第一與第二造波區列之造波板呈列方向，模擬垂直方向運動時，在第一造

波區列之垂直方向速度分佈可由(19)式求得造波板運動速度，式中 $\cos\theta=0$ ，造波板運動與 2D 水槽之運動相同，即 $U_1(j_1,t)=\zeta_0 \alpha(f) \sigma \sin \sigma t$ 。另外在第二造波區列(y 軸方向)之造波板運動，因波浪前進方向與造波板面平行，故(20)式中之 $\sin\theta=1$ 。另外，圖 5 為入射方向 $\theta=80^\circ$ 之初步模擬結果。

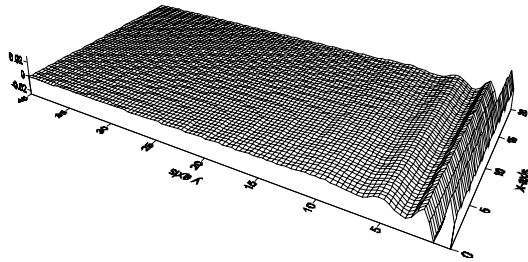


圖 4 規則波造波水面波形變化圖

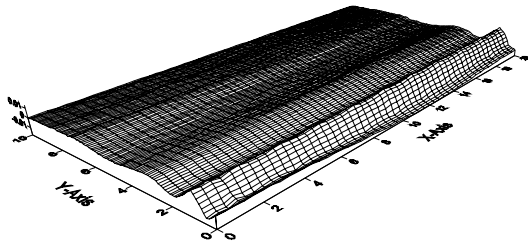


圖 5 規則波入射方向 $\theta=80^\circ$ 之造波水面波形變化圖

2. 孤立造波水面波形變化

孤立波造波運動水面波形變化如圖 6 所示，配合兩區段不同造波板運動可以模擬不同入射波角度的斜向孤立波，造波板運動速度可由(21)及(22)式求得。圖 6 為垂直造波板方向之孤立波，在(21)式中 $\cos\theta$ 等於零，而第二造波區列之造波板運動，因波浪前進方向與造波板面平行，故(22)式中之 $\sin\theta=1$ 。

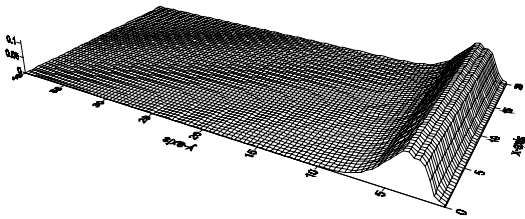


圖 6 孤立波波造波水面波形變化圖

3. 單方向不規則造波水面波形變化

不規則波本身為一種由多個不同週期、不同波高和隨機相位之餘弦波疊加而成為一種相當複雜的波動現象，利用隨機相位譜法(Random Phase

Spectrum Method)，任意成份波之初位相為分佈在 $0\sim 2\pi$ 範圍內之隨機數，單方向不規則造波過程可參考 Chou (2001) 及 Shih(2004) 等在二維數值水槽所使用的造波控制條件，產生不規則波浪之模擬造波過程。下圖為垂直方向之單向不規則造波時 x - y 水平面造波運動所產生的波形變化。

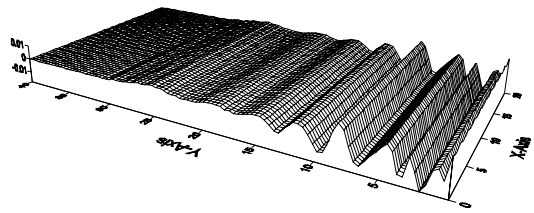


圖 7 單方向不規則波造波水面波形變化圖

4. 多方向不規則造波水面波形變化

多方向不規則波浪除了由多個不同週期、不同波高和隨機相位之餘弦波疊加而成外，尚包括來自四面八方不同入射波之角度之成份波，隨不同之入射成份波而不同，為一種相當複雜的波動現象，雖然如此，在實際海面上所形成之多方向波群仍有其主波向。任意成份波之入射角度亦為一隨機數，模擬多方向不規則造波過程之 x - y 平面波高分佈可利用下式所求得。圖 8 即為以垂直方向為主波向之多方向不規則波造波運動的水面波形變化。

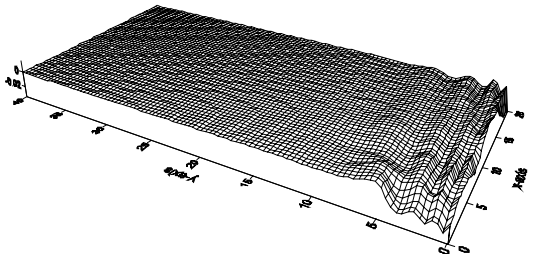


圖 8 多方向不規則波造波水面波形變化

五、結論

本研究利用邊界元素法建立一 L 型三維數值造波水槽來模擬各種波浪之造波問題，將石等(2007)之研究結果引入本文數值模式中，以垂直方向之不同入射波浪之造波來檢驗本文模式之正確性。針對規則週期波、孤立波、單方向不規則波與多方向不規則波進行模擬後得到以下之結論：

1. 本模式以邊界元素法對解析領域以平面一次元

素加以離散，整個解析領域共計有近六千個元素，因此在計算上須要龐大的計算與記憶容量，也較費時，每進行一個時刻的計算須大約兩小時。兩側造波區列只要帶入適當之條件即可模擬出連續性相當良好之波浪。經初步模擬之結果在週期性波浪如規則波、單方向與多方向不規則波之模擬尚佳，孤立波在波形上有微小的誤差待解決。

2. 未來將測試有角度的斜向入射波的模擬，可預期的是在造波機末端因與岸壁接近亦或接觸，可能在開始造波的同時就直接面臨到岸壁反射波的影響。故本研究僅先進行小角度斜向入射波的模擬。
3. 兩側岸壁應考慮代入消波條件，用來吸收並測試實際三維模式在造波模擬過程波浪能量的效果，可以提高模擬的準確性與過程的安定性。
4. 未來將建立並模擬兩區列造波機同時造波時，大角度斜向入射波浪之造波問題，同時確立造波方向之正確性，俾便將來繼續對討大角度斜向入射之孤立波等非線性波浪之造波、傳遞與變形問題等問題進行研究。

謝誌

本論文係國科會專題研究計畫「三維數值 L 型多方向不規則造波機的開發」(編號 NSC95-2221-E019-075-MY3) (第二年)之研究成果，承蒙國科會經費之補助，謹致謝忱。

參考文獻

1. 石瑞祥、周宗仁、曹永禮(2007)「三維數值 L 型多方向不規則造波機的開發(I)」，*第二十九屆海洋工程研討會論文集*，第 65-70 頁。
2. Boo, S.Y., Kim, C.H. and Kim, M.H. (1994) "A Numerical Wave Tank for Nonlinear Irregular Waves by 3D Higher Order BEM," *Int. J. Offshore Polar Eng.* 4, pp. 17-24.
3. Chou, C.R., Shih, R.S. and Yim, J.Z. (2001) "A numerical wave tank for nonlinear waves with passive absorption," *China Ocean Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 253-268.
4. Funke, E.R. and Miles, M.D. (1987) *Multi-Directional Wave Generation with Corner Reflectors*, Technical Report, National Research

Council Canada, Division of Mechanical Engineering, Hydraulics Laboratory.

5. Hiraishi, T., Kanazawa, T. and Fujisaku, H. (1995) "Development of Multi-Face Directional Random Wave Maker," *Proc. of the 8th ISOPE'95*, 3, Hague, Netherlands, pp. 26-33.
6. Ito, K., Katsui, H., Mochizuki, M. and Isobe, M. (1996) "Non-reflected multi directional wave maker theory and experiments of verification," *Proc. of the 25th International Conference of Coastal Engineering*, pp. 443-456.
7. Li, W. and Williams, A.N. (1998) "Second-Order 3-D Wavemaker Theory with Side Wall Reflection," *Proc. ISOPE'98 Conf.*, Montreal, Canada, 3, pp. 235-241.
8. Li, W. and Williams, A.N. (2000) "Second-Order Waves In A Three-Dimensional Wave Basin With Perfectly Reflecting Sidewalls," *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 14, pp. 575-592.
9. Matsumoto, A. and Hanzawa, M. (1996) "New Optimization Method for Paddle Motion of Multi-Directional Wavemaker," *Proc. 25th Conf. on Coastal Eng.*, Orlando, Vol. 1, pp. 479-492.
10. Shih, R.S., Chou, C.R. and Yim, J.Z. (2004) "Numerical Investigation on the Generation and Propagation of Irregular Waves in a Two Dimensional Wave Tank," *China Ocean Engineering*, Vol. 18, No. 4, pp. 551-566.
11. 伊藤一教、磯部雅彥、勝井秀博(1994)「多方向不規則波の反射波吸收造波理論」，*海岸工學論文集*，第 41 卷，第 101-105 頁。
12. 伊藤一教、勝井秀博、望月正志、磯部雅彥(1994)「コ字配置した無反射多方向造波機を用いた反射波吸收實驗」，*海岸工學論文集*，第 42 卷，第 136-140 頁。
13. 笈田博章、水口 優、森屋陽一 (1994)「多方向造波装置において一樣な波の場を作るための端部制御方式」，*海洋工學論文集*，第 41 卷，第 106-109 頁。