

有限振幅波作用於柱狀體羣之研究 Nonlinear Waves Action on Ocean Structures

周宗仁* 葉榮椿**

一、前言

在海洋工程及港灣工程中，設計作用於結構物之波壓力時，MacCamy 和 Fuchs⁽¹⁾ 考慮在微小振幅波理論時，以繞射理論(Diffraction Theory)解析，求得作用於直立圓柱體的波壓力。而 Yamaguchi 和 Tachiyama⁽²⁾，Harihara Raman 和 Paruchuri Venkatanarasiah⁽³⁾ 曾分別利用微變理論，考慮非線性自由表面邊界條件時，解析第 2 近似解之波壓力；Chakrabarti⁽⁴⁾ 亦曾解析得第 2 及第 5 近似解之波壓力。

上述幾種解析法均僅能解析波浪作用於單一根直立圓柱體時之波壓力，無法適用於其他斷面形狀的結構體羣。作者之一曾於 1974 年⁽⁵⁾ 應用 Green 函數解析一定水深海域中，直立任意形狀防波堤所引起之波散亂問題；但其僅限於微小振幅波理論，而本文將此方法加以發展，以解析有限振幅波邊界值問題。

本文係將水面波形、速度勢、週頻率等相關物理量，利用微變法對波形尖銳度(Wave Steepness)作無限級數展開後取至第 2 近似；又應用 Green 函數先求第 1 近似解，再用同樣方法求解第 2 近似值。同時並以單根橢圓柱體及三根作正三角形排列之直立圓柱作為計算例，說明橢圓體附近之波高分佈及作用於柱狀體之波力對時間之變化。

二、理論解析

如圖 1 所示，在一定水深 h 之海域中，複數個 (P 個) 任意斷面形狀之直立柱狀體(島堤)存在；在靜水面上取座標原點 O ，水平面內取 $x-y$ 軸，垂直方向上取 z 軸，各柱狀體之斷面形狀以 $x-y$ 平面內之封閉曲線 D_1, D_2, \dots, D_P 表示；時間及重力加速度各以 t 及 g 表示。

當一定週頻率 σ ($\sigma = \frac{2\pi}{T}$) 之正弦波入射時，若假設流體運動為非壓縮，無黏性之理想流體運動，則其速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 存在，同時並滿足下列之 Laplace 方程式。

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z; t) = 0 \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

若假設結構物(柱狀體羣)不存在時，入射波之速度勢以 $\Phi^i(x, y, z; t)$ 表示；因柱狀體存在所引起散亂波之速度勢以 $\Phi^s(x, y, z; t)$ 表示，則流體運動之速度勢可以兩者之和表示

$$\Phi(x, y, z; t) = \Phi^i(x, y, z; t) + \Phi^s(x, y, z; t) \quad \dots \dots \dots (2.2)$$

應用微變法理論，滿足非線性自由水面邊界條件及不透水海底面條件之 (2.2) 式的第 1 及第 2 近似解可以下列諸式表示之，其詳細方法請參照文獻⁽⁶⁾。

$$\Phi_1^i(x, y, z; t) = \frac{ga}{\sigma} f_1^i(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-i\sigma t} \quad \dots \dots \dots (2.3)$$

$$\Phi_2^i(x, y, z; t) = \frac{ga}{\sigma} f_2^i(x, y) \frac{\cosh 2k(z+h)}{\cosh 2kh} e^{-2i\sigma t} \quad \dots \dots \dots (2.4)$$

式中

* 國立臺灣海洋學院河海工程系教授

** 國立臺灣海洋學院河海工程研究所畢業

Nonlinear Waves Action on Ocean Structures

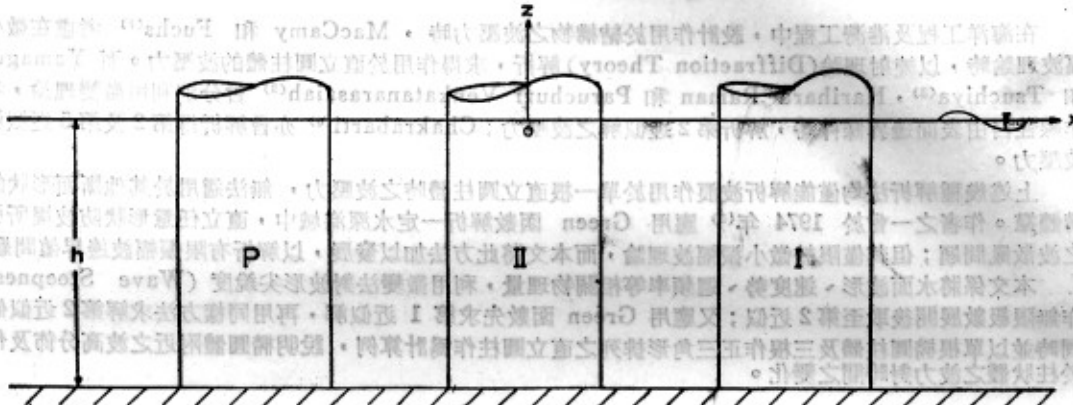
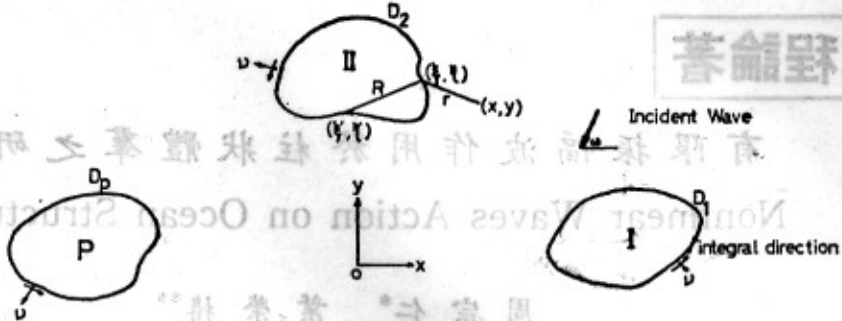


圖 1 Definition Sketch

$$f_1'(x,y) = -i \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)] \dots\dots\dots (2.5)$$

$$f_2'(x,y) = -\frac{3}{8}i (\coth^3 kh - \tanh kh) [f_1'(x,y)]^2 \dots\dots\dots (2.6)$$

且 \$a\$ 表示入射波之振幅，\$\omega\$ 表示入射波方向與 \$x\$ 軸之交角。

故由上述討論得知入射波速度勢 \$\Phi'(x,y,z;t)\$ 可以

$$(I.5) \dots\dots \Phi_1' = \epsilon \Phi_1' + \epsilon^2 \Phi_2' \dots\dots\dots (2.7)$$

$$= \frac{ga}{\sigma} f_1'(x,y) \{A_1(z)e^{-\sigma t} + ka f_1'(x,y)A_2(z)e^{-2i\sigma t}\} \dots\dots\dots (2.7)$$

表示之，但式中

$$A_1(z) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$A_2(z) = -\frac{3}{8}i (\coth^3 kh - \tanh kh) \frac{\cosh 2k(z+h)}{\cosh 2kh} \dots\dots\dots (2.8)$$

同時，若散亂波之第 1 及第 2 近似解速度勢 \$\Phi_1'(x,y,z;t)\$ 及 \$\Phi_2'(x,y,z;t)\$ 分別表示成

$$\Phi_1'(x,y,z;t) = \frac{ga}{\sigma} f_1'(x,y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-i\sigma t} \dots\dots\dots (2.9)$$

$$\Phi_2'(x,y,z;t) = \frac{ga}{\sigma} f_2'(x,y) \frac{\cosh 2k(z+h)}{\cosh 2kh} e^{-2i\sigma t} \dots\dots\dots (2.10)$$

則 \$f_1'(x,y)\$ 及 \$f_2'(x,y)\$ 應為滿足下列 Helmholtz 方程式之未知函數。

$$\frac{\partial^2 f_1'(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1'(x,y)}{\partial y^2} + k^2 f_1'(x,y) = 0 \dots\dots\dots (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 f_2'(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2'(x,y)}{\partial y^2} + 4k^2 f_2'(x,y) = 0 \dots\dots\dots (2.12)$$

如文獻⁽⁷⁾所述，應用 Green 函數解析，即可決定流體領域內任意一點之 $f_1'(x,y)$ 及 $f_2'(x,y)$ ，而求得流體之速度勢 $\Phi(x,y,z;t)$ ；由此，即可解得第 2 近似有限振幅波解之水面波形 $\zeta(x,y;t)$ 及流體壓力 P 如下。

$$\frac{\zeta}{a} = if_1(x,y)e^{-i\sigma t} + ka \left\{ 2if_2(x,y) - 1.5 \tanh kh \cdot f_1^2(x,y) - 0.5 \frac{\coth kh}{(kh)^2} \cdot \left[\left(-\frac{\partial}{\partial x} f_1(x,y) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} f_1(x,y) \right)^2 \right] \right\} e^{-2i\sigma t} \dots\dots (2.13)$$

$$\frac{P}{\rho ga} = if_1(x,y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-i\sigma t} + ka \left\{ 2if_2(x,y) \frac{\cos 2k(z+h)}{\cosh 2kh} - 0.5 \frac{gk}{\sigma^2} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} f_1(x,y) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} f_1(x,y) \right)^2 + f_1^2(x,y) \right] \frac{\sinh^2 k(z+h)}{\cosh^2 kh} \right\} e^{-2i\sigma t} \dots\dots\dots (2.14)$$

式中

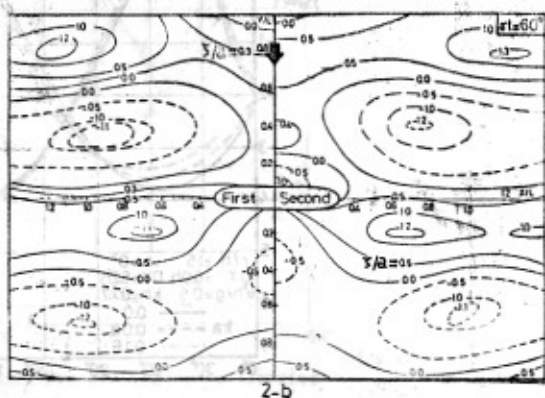
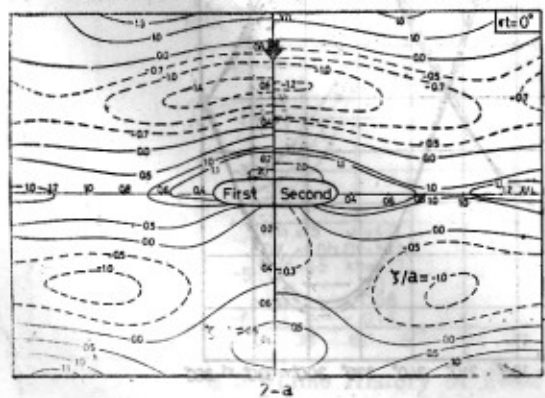
$$\left. \begin{aligned} f_1(x,y) &= f_1'(x,y) + f_1''(x,y) \\ f_2(x,y) &= f_2'(x,y) + f_2''(x,y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.15)$$

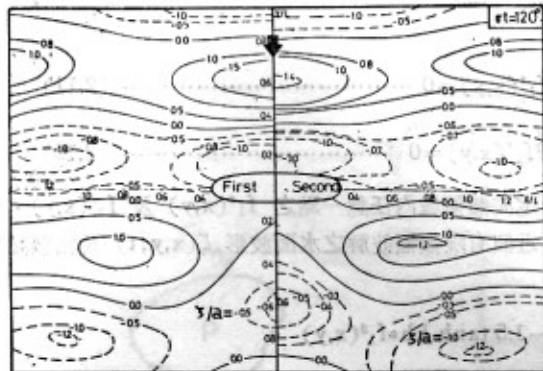
三、數 值 計 算

本文以長軸半徑 $b (=2.5h, h$ 為水深) 短軸半徑 $b' (=0.2b)$ 之橢圓體及半徑 $r (=1.5h)$ 之三根直立圓柱體作正三角形排列時(圓心相距 $6.0h$) 為計算例。在作數值計算時，對橢圓體係將其邊界線以 32 個計算點等分之，而對圓柱體羣則為對每根圓柱體之邊界線以 12 等分之。

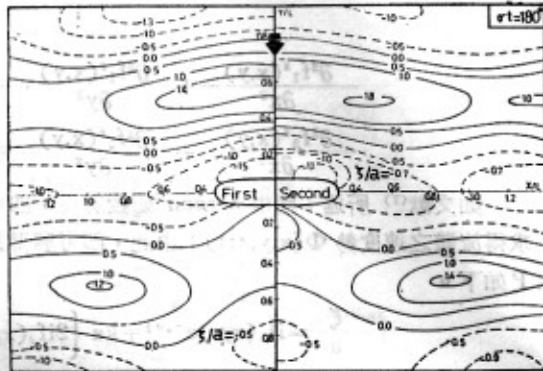
本文係在 $\frac{\sigma^2 h}{g} = 0.5, b'/b = 0.2, \omega = 90^\circ$ 之條件下，討論橢圓體附近之第 1 及第 2 近似 ($ka = 0.12$) 解波高分佈的時間變化；及在 $\frac{\sigma^2 h}{g} = 0.5, \omega = 0^\circ, 45^\circ$ 之條件下，改變入射波之波形尖度 ($ka = 0.0 \sim 0.16$)，討論作用於各柱狀體之總波力的時間變化情形和在 $\omega = 90^\circ$ 時討論圓柱體羣上各點之水深方向合波力分佈的時間變化。

圖(2)表示在 $\frac{\sigma^2 h}{g} = 0.2, b'/b = 0.2, \omega = 90^\circ$ 時，橢圓體附近之第 1 及第 2 近似解波高分佈之時間變化。

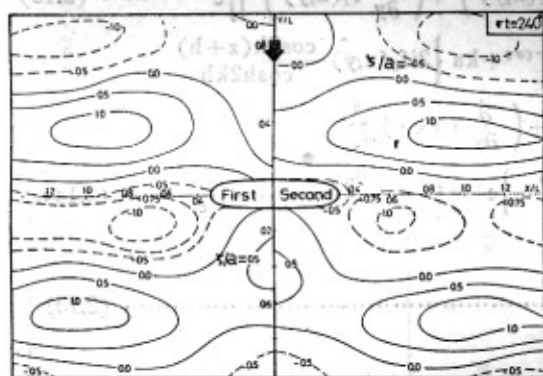




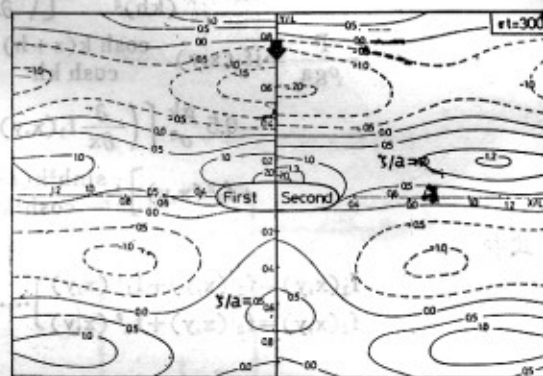
2-c



2-d



2-e



2-f

$$\sigma h^2/g=0.5 \quad kh=0.772 \quad \omega=90^\circ \quad ka=0.12 \quad b'/b=0.2$$

圖 2 Time History of Surface Profile

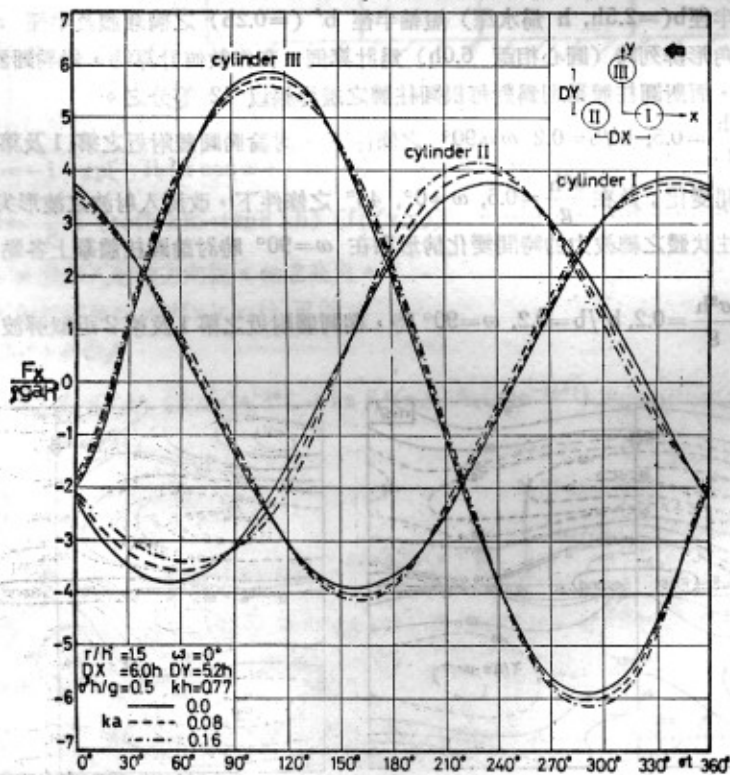


圖 3 Time History of Fluid Pressure to Multiple Circles

圖(3)~圖(6)表示在 $\frac{\sigma^2 h}{g} = 0.5$, $\omega = 0^\circ, 45^\circ$ 時, 作用於圓柱體羣之水平總波力的 x 及 y 方向分力 F_x , F_y 之時間變化。

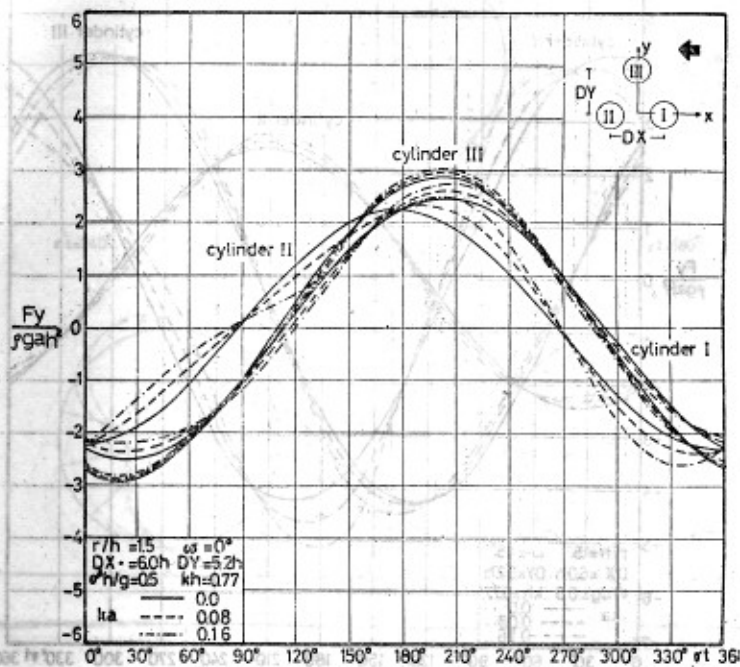


圖 4 Time History of Fluid Pressure to Multiple Circles

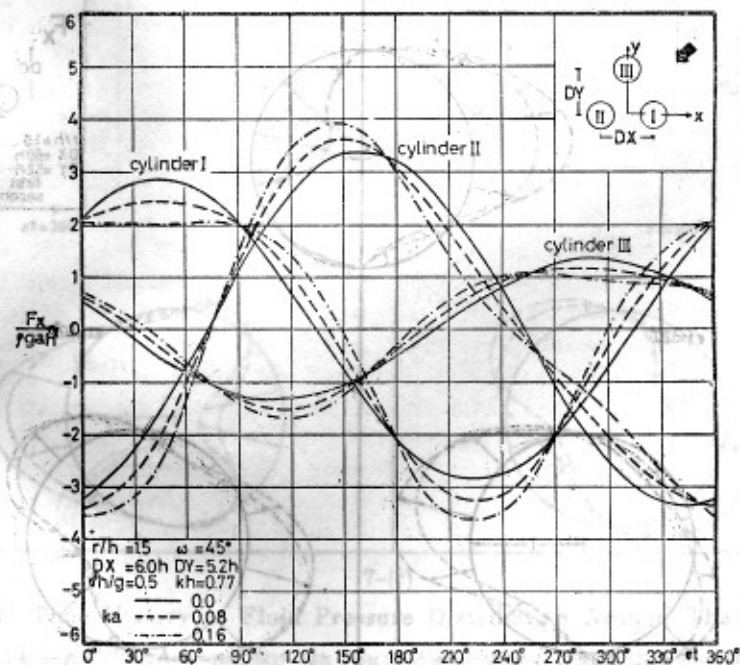


圖 5 Time History of Fluid Pressure to Multiple Circles

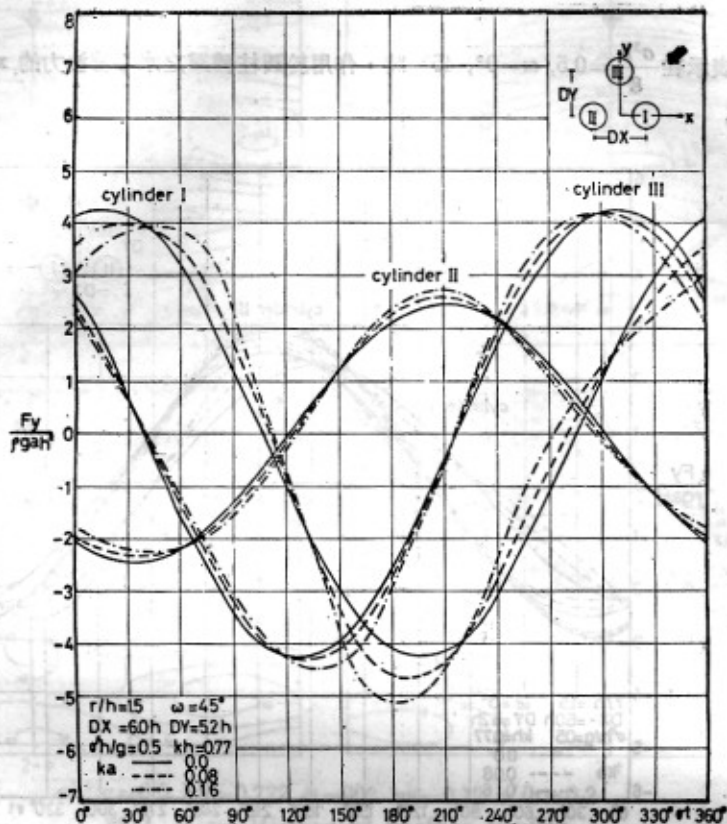
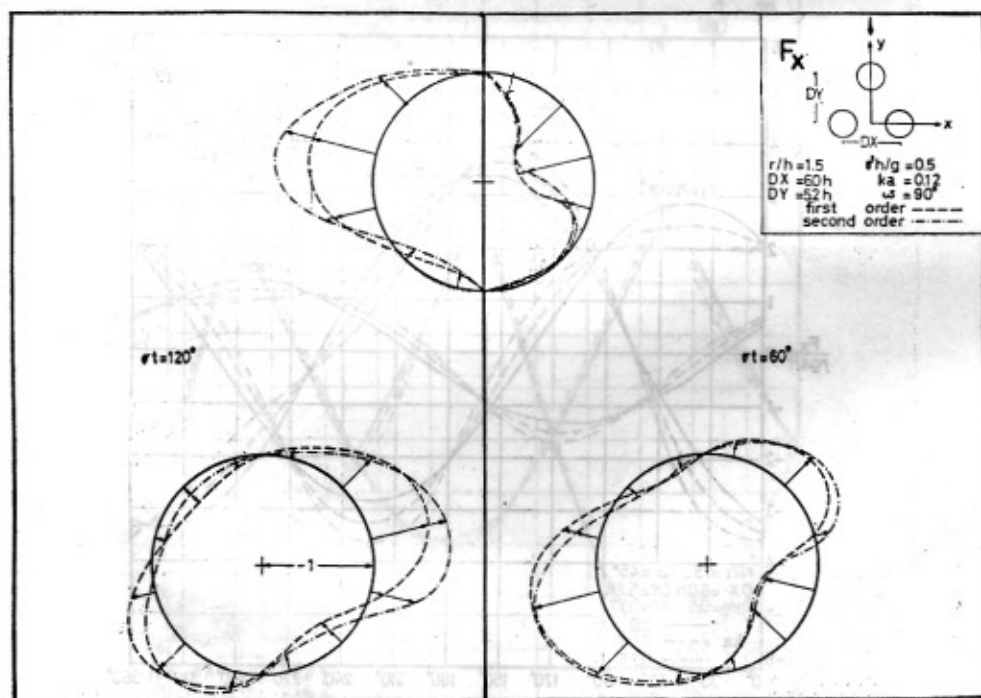
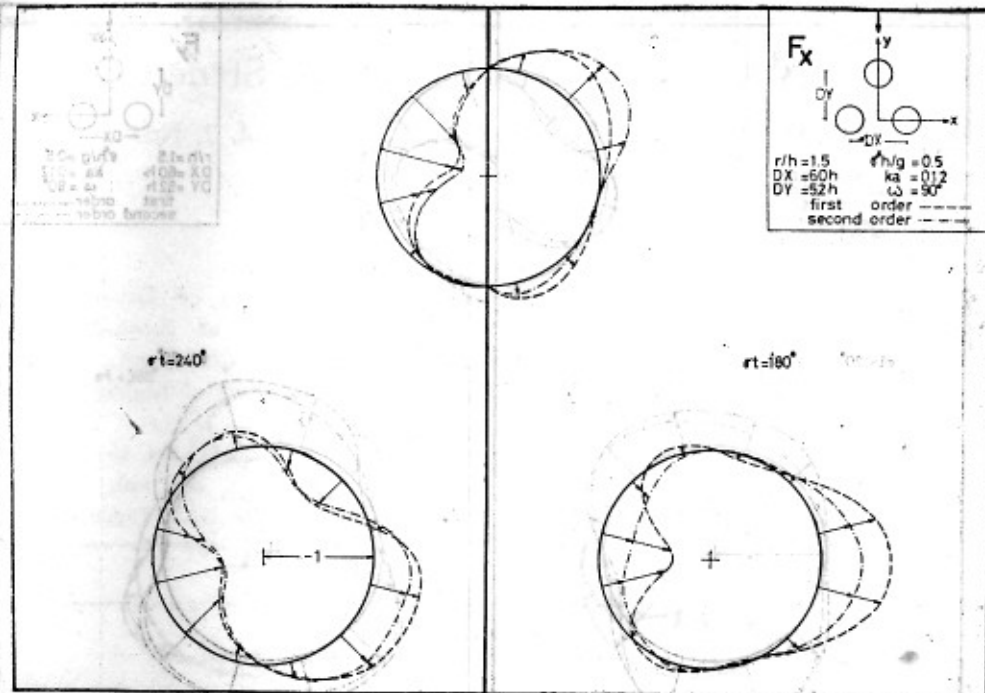


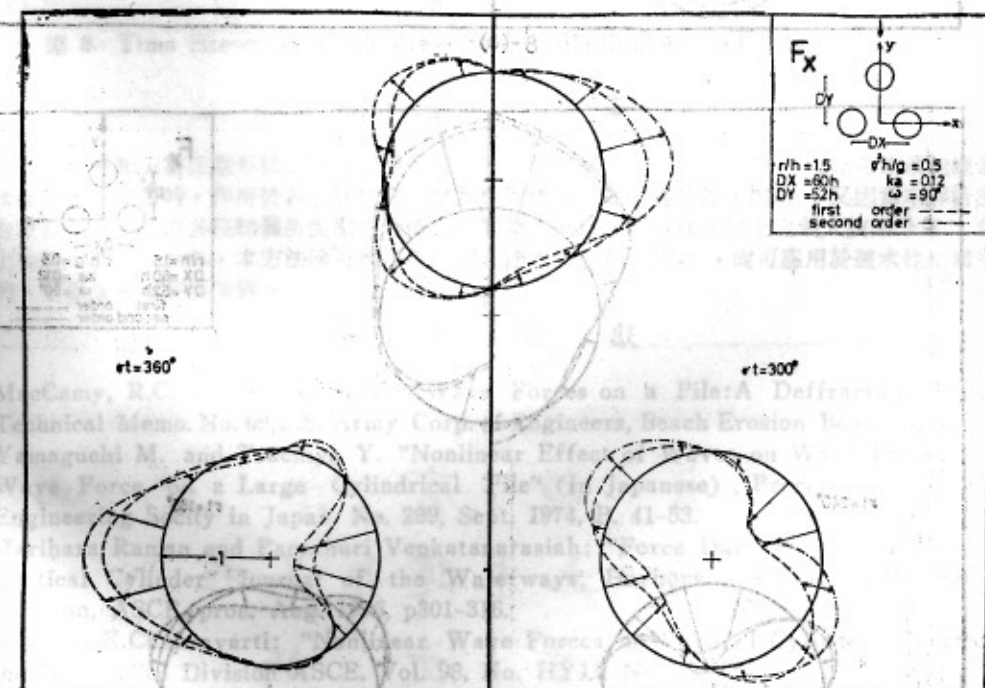
圖 6 Time History of Fluid Pressure to Multiple Circles



7-(a)



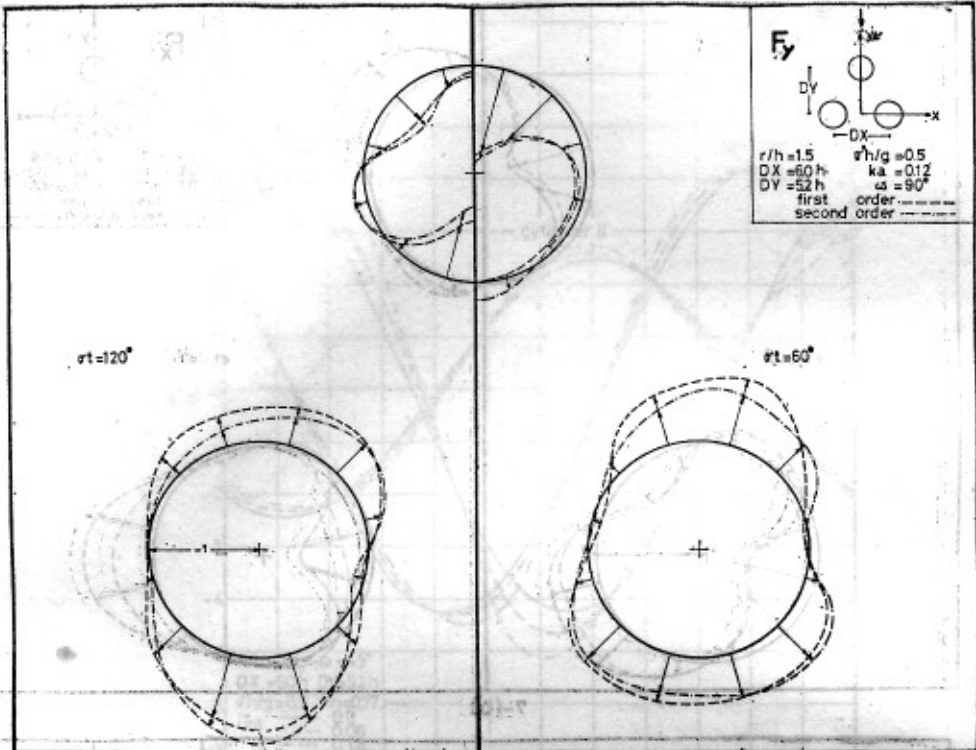
7-(b)



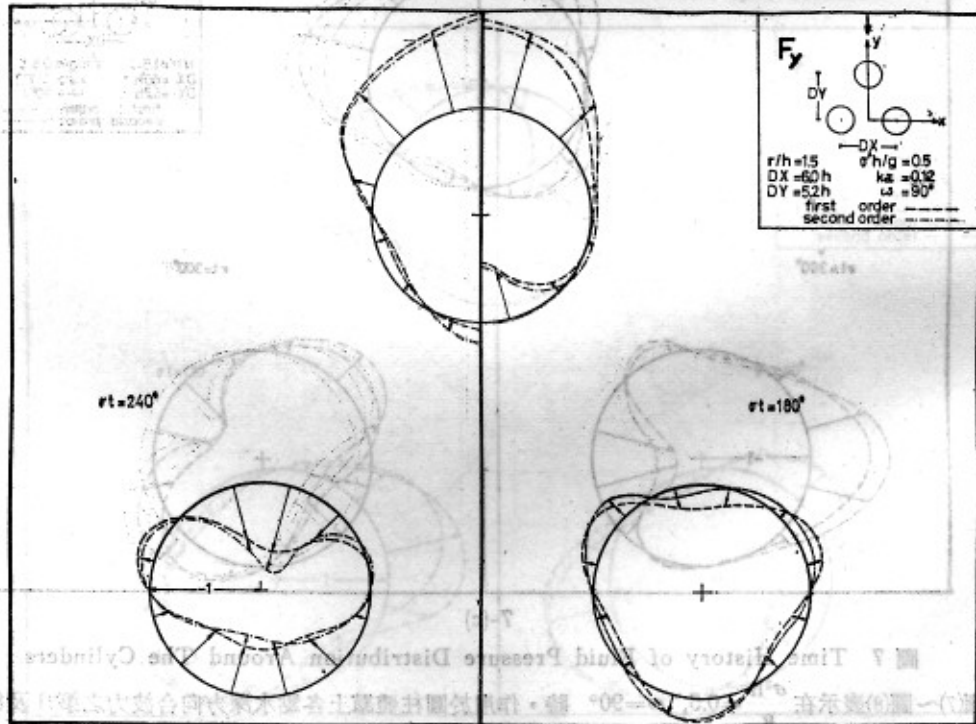
7-(c)

圖 7 Time History of Fluid Pressure Distribution Around The Cylinders

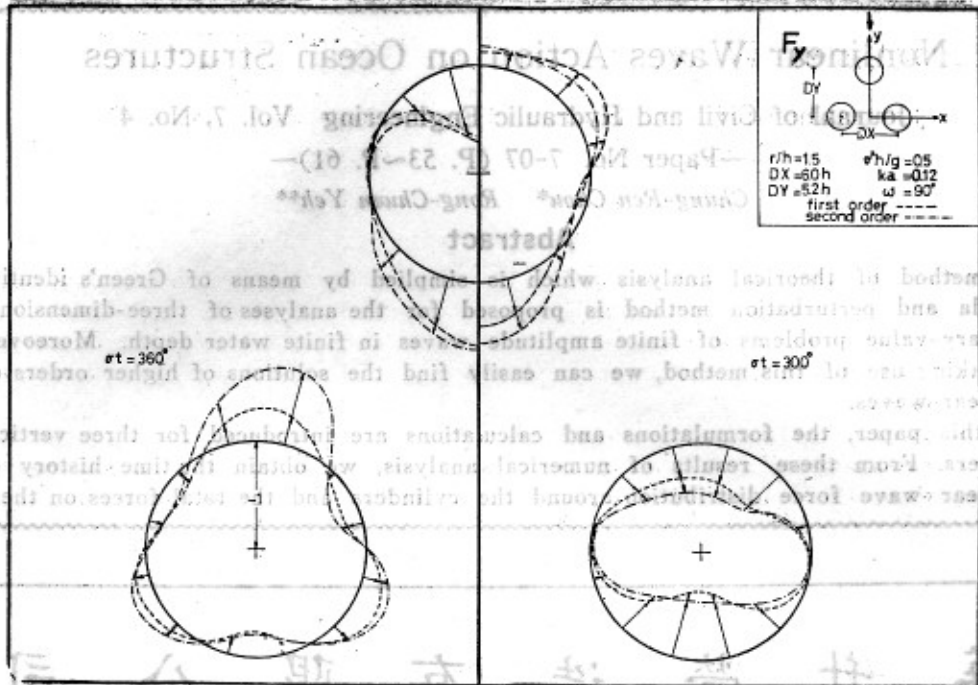
圖(7)~圖(8)表示在 $\frac{\sigma^2 h}{g} = 0.5$, $\omega = 90^\circ$ 時，作用於圓柱體羣上各點水深方向合波力之第 1 及第 2 近似解 ($ka = 0.12$) 在 x 及 y 方向分力 F_x , F_y 之時間變化。



8-(a)



8-(b)



8-(c)

圖 8 Time History of Fluid Pressure Distribution Around The Cylinders

四、結

論

由上述討論可知，當任意形狀之柱狀體受波浪作用時，根據本文所述原理，可非常簡單地理論解析考慮柱狀體間相互作用時，作用於各柱狀體之波壓及柱狀體附近之波高分佈，同時，又因為本解析法考慮波浪之有限振幅性，故由各柱狀體所受壓力分佈之時間變化，可求得各柱狀體上之最大波壓分佈，此對結構設計上有極大助益。此外，本方法除可應用於固定不透水直立結構物外，尚可應用於透水性結構物或浮游結構物，並能擴展至更高階解。

參 考 文 獻

- (1) MacCamy, R.C. and Fuchs, R.A.: "Wave Forces on a Pile: A Diffraction Theory" Technical Memo. No. 69, U.S. Army Corp. of Engineers, Beach Erosion Board, Dec. 1954.
- (2) Yamaguchi M. and Tsuchiya Y. "Nonlinear Effect of Waves on Wave Pressure and Wave Force on a Large Cylindrical Pile" (In Japanese), Proceedings of Civil Engineering Society in Japan, No. 299, Sept. 1974, P. 41-53.
- (3) Harihara Raman and Paruchuri Venkatanarasiah: "Force Due to Nonlinear Waves on Vertical Cylinder" Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE. proc. Aug. 1976, p301-316.
- (4) Subrata K. Chakravarti: "Nonlinear Wave Forces on Vertical Cylinder", Journal of the Hydraulics Division ASCE. Vol. 98, No. HY11, Nov. 1972.
- (5) 井島武士，周宗仁，湯村やす：任意形狀之透過及び不透過防波堤による波の散亂，日本土木學會論文報告集，第 225 號，1974 年 5 月。
- (6) 周宗仁：「3 次元有限振幅波邊界值問題之解析」國立臺灣海洋學院河海工程系河海研究第 1 號，1979, 11.
- (7) 周宗仁，葉榮椿：「有限振幅波作用於海洋結構物之研究」國立臺灣海洋學院河海工程系河海工程系刊第 12 期 1980, 2.

Nonlinear Waves Action on Ocean Structures

Journal of Civil and Hydraulic Engineering Vol. 7, No. 4

—Paper No. 7-07 (P. 53~P. 61)—

*Chung-Ren Chou** *Rong-Chuen Yeh***

Abstract

A method of theoretical analysis which is simplified by means of Green's identity formula and perturbation method is proposed for the analyses of three-dimensional boundary-value problems of finite amplitude waves in finite water depth. Moreover, by making use of this method, we can easily find the solutions of higher orders of nonlinear waves.

In this paper, the formulations and calculations are introduced for three vertical cylinders. From these results of numerical analysis, we obtain the time history of nonlinear wave force distribution around the cylinders and the total forces on them.