

船舶在港口附近受規則波作用所引起的運動與波力

翁文凱¹ 郭一羽² 周宗仁³

關鍵詞：船舶運動、波強制力、邊界元素法

摘 要

本文利用邊界元素法建立一數值模式以解析船舶在不等水深、任意形狀及任意反射率的港口附近，受規則波作用時所引起的運動及其所受波力。本研究首先以漁船在具有全反射岸壁的正方形港口附近為計算例，並以實驗加以驗證，發現兩者相當一致，其次以八斗子漁港現況為例進行解析，同時於平面水槽進行實驗，而得到頗為一致的結果。

SHIP MOTION AND FORCE AROUND HARBOR ENTRANCE INDUCED BY REGULAR WAVES

Wing-Kai Weng and Yi-Yu Kuo

*Department of Civil Engineering
National Chiao-Tung University
Hsinchu, Taiwan 30050, R.O.C.*

Chung-Ren Chou

*Department of Harbor and River Engineering
National Taiwan Ocean University
Keelung, Taiwan 20224, R.O.C.*

Key Words: ship motion, exciting force, boundary element method.

ABSTRACT

A numerical method is developed for predicting ship motion and wave forces exerting on a ship near the harbor entrance. The harbor under consideration has arbitrary shape and dissipating quays with a variable depth. A fishing boat around a square basin entrance is first computed using the method, and the validity of this computation is verified experimentally using a model test. Reasonably good comparisons of the calculated results with the experimental results for a model of an existing fishery harbor are found.

¹ 國立交通大學土木工程學系博士班研究生

² 國立交通大學土木工程學系教授

³ 國立臺灣海洋大學河海工程學系教授

一、前言

在港灣工程規劃設計過程中，確保和提供船舶安全及足夠的行動能力是其主要目的。為達此目的，多年來學者專家們以實驗或數值處理的方式致力於港池穩定的研究，以期能求得港內水域的最佳靜穩度，同時對於港灣的配置或消波構造物的研究與應用，亦有許多相關研究。然而港灣建造的目的乃是為了減小船舶的運動與受力，以確保船舶進出港與靠泊時的安全及便於貨物裝卸，在港灣規劃設計過程中，有時為了過份遷就於港內水域最佳靜穩度的求得，在防波堤及碼頭的配置上反而忽略了船舶進出港或靠泊時的安全與便利，因此若能以船舶在港內或港口附近的運動及所受外力作為規劃設計港灣時的指標，則其不失為一良好且直接的方式，除可預測船體在所規劃設計港口附近與港內水域的運動與受力情形，同時亦可作為現有港口防波堤及港內碼頭配置改進措施的參考依據；另外，船舶的運動及受力對於航海操船人員在操船時是一項較為簡單且明顯的參考數據，因此若能瞭解船舶在該水域內的運動與受力情形，則可增進船舶在港內或港口附近的安全性。

有關船舶在港內或港口附近受波浪作用而引起的運動或受力問題，過去有不少學者專家發表過相關論文，Sawaragi 及 Kubo [1] 以邊界元素法解析繫留船舶在等水深矩形港內的長週期運動。Sawaragi [2] 以保角變換法處理固定邊界，探討船舶在任意形狀港池內受規則波作用時的運動。Umede 及 Kobauashi [3] 探討漁船繫留碼頭時，受垂直於碼頭的波作用時的船體運動。Sawaragi 及 Aoki [4] 以 L 型港為例，以數值計算方法探討港內碼頭反射率對港內繫泊船體運動的影響。Chou 等人[5] 以邊界元素法計算箱形船在無限長直線防波堤附近的運動及受力。

縱觀過去相關研究，大都考慮船舶在港內繫泊時的運動及受力情形，又或無法同時考慮任意港形、水深及反射率等因素。本文主要目的為以邊界元素法為數值方法提出一在同時考慮港形、水深及碼頭反射率等因素下，預測船舶在港口附近的運動及所受外力的數值模式，並以 30 噸級漁船在正方形港及八斗子漁港港口附近為計算例，分別經由平面水槽試驗驗證本數值方法的實用性。

二、理論分析

如圖 1 所示，將座標原點定於 O 點，在水平面內設 X-Y 平面，Z 軸以垂直向上為正。在遠離港口的地方設置一假想邊界面 Γ_1 ，而將海域分為等水深 h 的外海領域 (I) 及任意水深領域 (II) 等兩領域。假設 (I) 及 (II) 兩領域的流體運動均為非黏性、無回轉性、不可壓縮理想流體的微小振幅波運動，當一定角週頻率 $\sigma (= 2\pi/T, T$ 為波浪週期)、振幅為 ζ_0 的簡諧波從外海入射時，兩領域的流體運動均應持有如下式所示的速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ ：

$$\Phi(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma t} \quad (1)$$

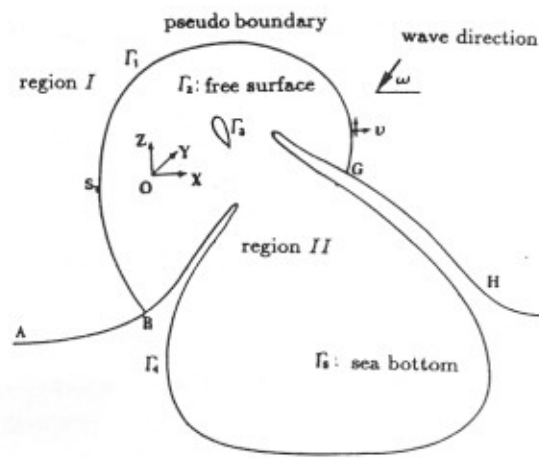


圖 1 定義圖

式中 g 表示重力加速度。式 (1) 中之 $\phi(x, y, z)$ 應滿足下列 Laplace 方程式。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

1. 等水深外海領域速度勢

如圖 1 所示，在距離港口極遠，已不受港口、船舶及防波堤散射影響處（通常為入射波波長的一半即可），設置一假想邊界面，而將流體領域分成等水深的外海領域 (I) 及包含防波堤、港口、船舶等的任意水深領域 (II)。在外海領域 (I) 由於假設水深一定的關係，可利用變數分離法將該領域的速度勢 $\phi_o(x, y, z)$ 分離成與水深 z 有關的已知函數及與平面位置有關的未知函數。

$$\phi_o(x, y, z) = \{f^o(x, y) + f^*(x, y)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (3)$$

式中 k 為 $\sigma^2 h/g = k \tanh kh$ 的根，而 $f^o(x, y)$ 及 $f^*(x, y)$ 分別為外海領域的入射波及因港口、船舶與防波堤存在所引起反射、繞射的勢函數，當入射波為與 X 軸呈 ω 角度入射、振幅 ζ_0 的簡諧波，其水面波形 $\zeta_i(x, y; t)$ 以下式表示時：

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_0 \cos[k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t], \quad (\pi \leq \omega \leq 0) \quad (4)$$

入射波的勢函數 $f^o(x, y)$ 為：

$$f^o(x, y) = -i \cdot \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)] \quad (5)$$

將式 (3) 代入式 (2) 得 $f^*(x, y)$ 為滿足下列 Helmholtz 方程式的未知函數。

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0 \quad (6)$$

外海領域是由假想邊界線 S_1 、海岸線 \overline{AB} 、 \overline{GH} 及無限遠處的邊界面圍成的封閉曲線。對外海領域而言，由於將假想邊界面設置於遠離港口的地方，位於外海領域的海岸線 \overline{AB} 、 \overline{GH} 可假設已不會對港口有影響而視其反射、繞射波的勢函數值 f^* 為零，對無限遠處的邊界面，由於必須滿足 Sommerfeld 的輻射條件，因此反射與繞射波的勢函數值亦可視為零。因此可利用 Green 函數，外海領域內任意一點反射波的勢函數可以用下列積分方程式表示：

$$cf^*(x, y) = \int_{S_1} \left\{ \left[\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right] \frac{\partial}{\partial \nu} f^*(\xi, \eta) - f^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right] \right\} ds \quad (7)$$

式中 $f^*(\xi, \eta)$ 為幾何邊界上的勢函數值，而 $\partial f^*(\xi, \eta)/\partial \nu$ 表示對法線方向的一次導函數， $H_0^{(1)}(kr)$ 為第 1 種 0 次 Hankel 函數， ν 為邊界上的法線，以向外為正，而 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ 。當任意點 (x, y) 在領域內時， $c = 1$ ，而當 $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ 時，由於 Hankel 函數的特異性而使 $c = 1/2$ ，為了進行數值解析，本研究對上式利用 N 個一定線元素將邊界在 $c = 1/2$ 的情況下加以離散化，而以下列的矩陣形式表示。

$$\{F^*\} = [K^*]\{\bar{F}^*\} \quad (8)$$

其中 F^* 及 \bar{F}^* 分別為邊界上的勢函數值及其導函數值，而 $[K^*]$ 為與邊界形狀有關的係數矩陣。（其數值計算方法請參照[6]）

2. 任意水深領域速度勢

領域 (II) 係為由外海假想邊界面 Γ_1 、自由水面 Γ_2 、船舶表面 Γ_3 、防波堤與港內岸壁邊界面 Γ_4 ，及不透水任意地形固定海底面 Γ_5 包圍的封閉三次度領域。利用 Green 函數，領域 (II) 內任意一點的速度勢 $\phi(x, y, z)$ 可由上述封閉邊界面上的速度勢值 $\phi(\xi, \eta, \zeta)$ 及其在法線方向的一次導函數 $\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) = \partial\phi(\xi, \eta, \zeta)/\partial\nu$ （向外為正），以下列積分方程式計算之。

$$c\phi(x, y, z) = \int \left[\left(\frac{1}{4\pi r} \right) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi(\xi, \eta, \zeta) - \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{4\pi r} \right) \right] dA \quad (9)$$

式中 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$ ，當任意點 (x, y, z) 在領域內時， $c = 1$ ，而 $(x, y, z) \rightarrow (\xi, \eta, \zeta)$ 時，由於特別解的特異性而使 $c = 1/2$ 。

為進行數值計算，本研究將邊界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_5$ 分別以 $N_1 \sim N_5$ 個一定面積元素在 $c=1/2$ 的情況下加以離散化

，而以下列矩陣行式表示。

$$\{\phi\} = [K]\{\bar{\phi}\} \quad (10)$$

其中 $\{\phi\}$ 及 $\{\bar{\phi}\}$ 分別為邊界上的勢函數值及其導函數值，而 $[K]$ 為與邊界形狀有關的係數矩陣。（其數值計算方法請參考[6]）

3. 各邊界面上的邊界條件

領域 II 內的各邊界條件為

(1) 自由水面的邊界條件

由於自由水面 Γ_2 上的大氣壓力一定及運動學、動力學邊界條件可得：

$$\bar{\phi} = \frac{\sigma^2}{g}\phi, \quad z = 0 \quad (11)$$

(2) 不透水海底的邊界條件

由於假定海底 Γ_5 為不透水，其法線方向的流速為零，即：

$$\bar{\phi} = 0 \quad (12)$$

(3) 外海邊界 Γ_1 的邊界條件

在等水深領域與任意水深領域的相接邊界面 Γ_1 上，由於兩領域的流體運動所引起的質量及能量流束必須連續，可得下列條件：

$$\bar{\phi}_o(\xi, \eta, z) = \bar{\phi}(\xi, \eta, z) \quad (13)$$

$$\phi_o(\xi, \eta, z) = \phi(\xi, \eta, z) \quad (14)$$

將式 (3) 代入式 (13) 後，對兩邊各乘以 $\cosh k(h+z)$ 再對水深方向作積分得：

$$\int_{-h}^0 \bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) \cosh k(z+h) dz = \int_{-h}^0 [\bar{f}^o(\xi, \eta) + \bar{f}^*(\xi, \eta)] \frac{\cosh^2 k(z+h)}{\cosh kh} dz$$

若將外海假想邊界面 Γ_1 對水深方向分割成 n 層，水平方向分割成 m 個面元素，即將 Γ_1 面分割成 $m \times n$ 個面元素時，可將上式以下列離散化形式表示。

$$\bar{f}^*(\xi_i, \eta_i) = \frac{k}{N_0 \sinh kh} \sum_{j=1}^n \bar{\phi}(\xi_i, \eta_i, \zeta_j) \cosh k(z_j + h) \Delta z_j - \bar{f}^o(\xi_i, \eta_i) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (15)$$

其中 $N_0 = 0.5(1 + 2kh/\sinh 2kh)$ 。

將式 (3) 代入式 (14) 得：

$$\phi(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = [f^o(\xi_i, \eta_i) + f^*(\xi_i, \eta_i)] \frac{\cosh k(z_i + h)}{\cosh kh}$$

$$(i = 1, 2, \dots, m \times n) \quad (16)$$

將式 (8) 及式 (15) 代入式 (16) 整理後, 並以矩陣形式表示如下：

$$\{\phi_1\} = [R]\{F^o - K^* \bar{F}^o\} + c^* [R][K^*][Q]\{\bar{\phi}_1\} \quad (17)$$

式中 $c^* = k/N_0 \sinh kh$, 腳註 "1" 表示邊界面 Γ_1 , $[R], [Q]$ 為下列係數矩陣。

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{\cosh k(z_{11} + h)}{\cosh kh} & & & & & \\ & \ddots & & & & 0 \\ & & \frac{\cosh k(z_{1n} + h)}{\cosh kh} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \frac{\cosh k(z_{m1} + h)}{\cosh kh} & \\ 0 & & & & & \vdots \\ & & & & \frac{\cosh k(z_{mn} + h)}{\cosh kh} & \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} \cosh k(z_{11} + h)\Delta z_1 \cdots \cosh k(z_{1n} + h)\Delta z_n & & \\ & \ddots & \\ & & \cosh k(z_{m1} + h)\Delta z_1 \cdots \cosh k(z_{mn} + h)\Delta z_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

式 (17) 表示在外海假想邊界面 Γ_1 上的速度勢與其導函數間的關係式。

(4) 防波堤及岸壁 Γ_4 上的邊界條件

在防波堤及岸壁 Γ_4 上, 由於假設其為反射係數 K_r , 即消能係數 α (周、林 [7]) 的結構物, 而得：

$$\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) = ik\alpha\phi(\xi, \eta, \zeta) \quad (20)$$

其中 $\alpha = \sqrt{1 - K_r^2}$ 。

(5) 船體表面 Γ_3 上的運動邊界條件

若船體在靜止狀態時的重心位置為 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$, 受波作用而呈微小運動時的重心為 (x_0, y_0, z_0) , 而船體在重心

附近對 X, Y, Z 軸分別作 δ_1, δ_2 及 δ_3 回轉時, 船體水中部份的表面的運動學邊界條件可以下式表示 [8, 9]：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \frac{\partial x_0}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial \nu} + \frac{\partial y_0}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial \nu} + \frac{\partial z_0}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial \nu}$$

$$+ \frac{\partial \delta_1}{\partial t} \left[(y - \bar{y}_0) \frac{\partial z}{\partial \nu} - (z - \bar{z}_0) \frac{\partial y}{\partial \nu} \right]$$

$$+ \frac{\partial \delta_2}{\partial t} \left[(z - \bar{z}_0) \frac{\partial x}{\partial \nu} - (x - \bar{x}_0) \frac{\partial z}{\partial \nu} \right]$$

$$+ \frac{\partial \delta_3}{\partial t} \left[(x - \bar{x}_0) \frac{\partial y}{\partial \nu} - (y - \bar{y}_0) \frac{\partial x}{\partial \nu} \right] \quad (21)$$

由於船體受週頻率為 σ 的簡諧波作用, 因此船體亦作週頻率為 σ 的簡諧運動, 若船體運動在 X, Y, Z 軸的位移及回轉振幅分別以 ξ^*, η^*, ζ^* 及 $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*$ 表示時, (x_0, y_0, z_0) 與 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ 間有下列的關係。

$$x_0 = \bar{x}_0 + \xi^* e^{-i\sigma t} \quad \delta_1 = \omega_1^* e^{-i\sigma t}$$

$$y_0 = \bar{y}_0 + \eta^* e^{-i\sigma t} \quad \delta_2 = \omega_2^* e^{-i\sigma t}$$

$$z_0 = \bar{z}_0 + \zeta^* e^{-i\sigma t} \quad \delta_3 = \omega_3^* e^{-i\sigma t} \quad (22)$$

當船體的質量為 m_s , 通過重心與 X, Y 及 Z 軸平行的慣性矩以 I_x, I_y, I_z 表示時, 作用於船體的壓力除重力、流體壓力 P 外還有復原力 R , 其在 X, Y, Z 軸的分力以 R_x, R_y, R_z (但 $R_x = R_y = 0$) 表示。復原力引起對重心的力矩若以 N 表示, 其對 X, Y, Z 軸的分力矩為 N_x, N_y, N_z (但 $N_z = 0$) 時, 船體的第一近似運動方程式為

$$m_s \frac{d^2 x_0}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma$$

$$m_s \frac{d^2 y_0}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma$$

$$m_s \frac{d^2 z_0}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma + R_z \quad (23)$$

$$I_x \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma + N_x$$

$$I_y \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma + N_y$$

$$I_z \frac{d^2 \delta_3}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma \quad (24)$$

$$R_z = - \iint_{\Gamma_3} \rho g z_0 \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma \quad (25)$$

$$N_x = - \iint_{\Gamma_3} \rho g \delta_1 (y - \bar{y}_0) \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma$$

$$N_y = - \iint_{\Gamma_3} \rho g \delta_2(x - \bar{x}_0) \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma \quad (26)$$

將式(22)分別代入式(23)、(24)，又因流體壓力 $P/\rho g \zeta_0 = i\phi \exp(-i\omega t)$ ，處理後可得

$$\begin{aligned} \frac{\xi^*}{\zeta_0} &= -a_1 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma \\ \frac{\eta^*}{\zeta_0} &= -a_2 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma \\ \frac{\zeta^*}{\zeta_0} &= -a_3 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1^*}{\zeta_0} &= -\alpha_1 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[\frac{\partial z}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma \\ \frac{\omega_2^*}{\zeta_0} &= -\alpha_2 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma \\ \frac{\omega_3^*}{\zeta_0} &= -\alpha_3 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[\frac{\partial y}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 = \frac{\rho}{m_s \sigma^2 / g} \\ a_3 &= \frac{\rho}{m_s \sigma^2 / g - \iint_{\Gamma_3} \rho \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\alpha_1 = \frac{\rho}{I_x \sigma^2 / g - \iint_{\Gamma_3} \rho g (y - \bar{y}_0) \left[\frac{\partial z}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma}$$

$$\alpha_2 = \frac{\rho}{I_y \sigma^2 / g - \iint_{\Gamma_3} \rho g (z - \bar{z}_0) \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma}$$

$$\alpha_3 = \frac{\rho}{I_z \sigma^2 / g} \quad (30)$$

將式(1)、(27)–(30)代入式(21)整理後得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \nu} &= -\frac{\sigma^2}{g} \\ &\times \left\{ a_1 \frac{\partial x}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma + a_2 \frac{\partial y}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma \right. \\ &+ a_3 \frac{\partial z}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma + \alpha_1 \left[\frac{\partial z}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right] \\ &\times \iint_{\Gamma_3} \phi \left[\frac{\partial z}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma \\ &+ \alpha_2 \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \iint_{\Gamma_3} \phi \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma \\ &+ \alpha_3 \left[\frac{\partial y}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) \right] \\ &\times \iint_{\Gamma_3} \phi \left[\frac{\partial y}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma \left. \right\} \quad (31) \end{aligned}$$

因進行數值計算時，係將船體表面以 N_3 個一定面元素加以分割，所以可將上式以下列矩陣形式表示之。

$$\{\bar{\phi}\} = [k_s] \{\phi\} \quad (32)$$

$$[k_s] = a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} + e_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, N_3) \quad (33)$$

$$a_{ij} = -a_1 \frac{\sigma^2}{g} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \nu} \right)_j \left(\frac{\partial x}{\partial \nu} \right)_i + \left(\frac{\partial y}{\partial \nu} \right)_j \left(\frac{\partial y}{\partial \nu} \right)_i \right] d\Gamma_j$$

$$b_{ij} = -a_3 \frac{\sigma^2}{g} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial \nu} \right)_j \left(\frac{\partial z}{\partial \nu} \right)_i \right] d\Gamma_j$$

$$\begin{aligned} c_{ij} &= -\alpha_1 \frac{\sigma^2}{g} \left[\frac{\partial z}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right]_j \left[\frac{\partial z}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial y}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right]_i d\Gamma_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{ij} &= -\alpha_2 \frac{\sigma^2}{g} \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right]_j \left[\frac{\partial x}{\partial \nu}(z - \bar{z}_0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial z}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right]_i d\Gamma_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_{ij} &= -\alpha_3 \frac{\sigma^2}{g} \left[\frac{\partial y}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) \right]_j \left[\frac{\partial y}{\partial \nu}(x - \bar{x}_0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial x}{\partial \nu}(y - \bar{y}_0) \right]_i d\Gamma_j \end{aligned} \quad (34)$$

4. 聯立方程式

為了便於將各邊界面的邊界條件代入式(10)，將式(10)依各個邊界面以下列部份矩陣表示。

$$\{\phi_i\} = [K_{ij}] \{\bar{\phi}_j\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 5) \quad (35)$$

由於式(12)的邊界條件，我們可先求解邊界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ 的未知函數矩陣，即：

$$\{\phi_i\} = [K_{ij}] \{\bar{\phi}_j\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 4) \quad (36)$$

將式(11)、式(17)、式(20)及式(32)代入上式，整理後得：

$$\begin{bmatrix} [k_{11} - c^* R K^* Q] & \frac{\sigma^2}{g} k_{12} & k_{13} k_s & i k \alpha k_{14} \\ k_{21} & \frac{\sigma^2}{g} k_{22} - I & k_{23} k_s & i k \alpha k_{24} \\ k_{31} & \frac{\sigma^2}{g} k_{32} & k_{33} k_s - I & i k \alpha k_{34} \\ k_{41} & \frac{\sigma^2}{g} k_{42} & k_{43} k_s & i k \alpha k_{44} - I \end{bmatrix}$$

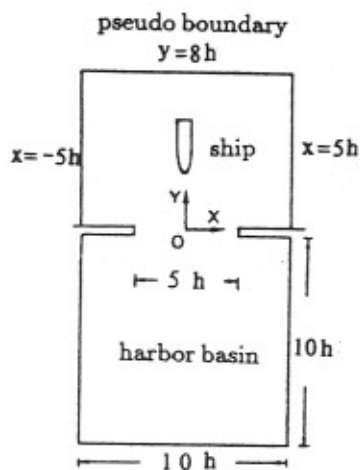


圖 2 正方形港配置圖

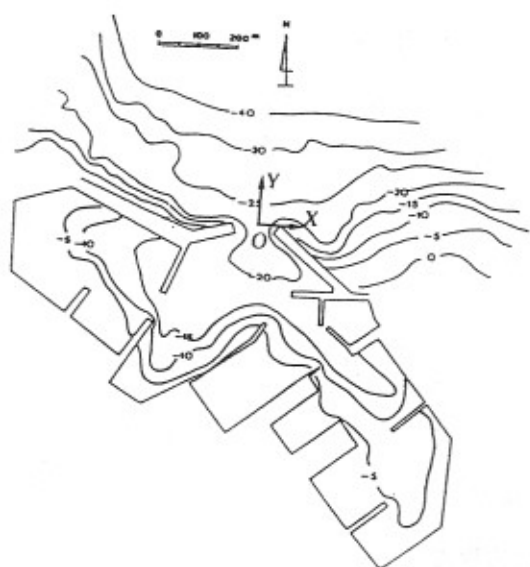


圖 3 八斗子漁港現況及水深圖

$$\times \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \\ \bar{\phi}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R[F^0 - K^* \bar{F}^0] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

解上述矩陣可得 Γ_1 邊界面上的速度勢導函數值，及 $\Gamma_2, \sim \Gamma_4$ 邊界面上的速度勢值。船舶在港口附近的運動振幅可依式 (27)、(28) 計算而得。

三、波力計算

本文在探討波外力對港口附近船舶的作用時，以六分力計固定在船體重心上，因此所量測的結果為位於港口附近的船舶受波強制力的作用，為配合實驗，本文在理論解析時，以船體為靜止於港口附近位置的型態討論；在理論解析方面，則與前節所述相同，但船體表面的邊界條件則為 $\partial\phi/\partial\nu = 0$ ，因此矩陣 $[k_s] = 0$ ，在求得船體表面的速度勢後，可依下式求得波強制力對船體的作用。

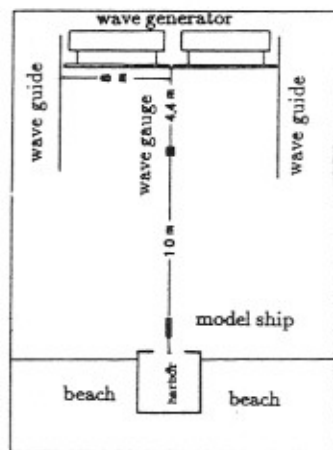


圖 4 平面水槽配置圖

$$\begin{aligned} F_x &= \rho g \zeta_0 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma e^{-i\sigma t} \\ F_y &= \rho g \zeta_0 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma e^{-i\sigma t} \\ F_z &= \rho g \zeta_0 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma e^{-i\sigma t} \\ M_x &= \rho g \zeta_0 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma e^{-i\sigma t} \\ M_y &= \rho g \zeta_0 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma e^{-i\sigma t} \\ M_z &= \rho g \zeta_0 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (38)$$

$$(39)$$

四、數值計算例

本文以 30 噸級的漁船作為數值計算的模型船，其吃水線處之船長 $b = 3.6h$ (h 為外海領域等水深)，最大寬度 $a = 0.8h$ ，最大吃水深度 $qh = 0.283h$ ，船重心至船艏吃水線處之水平距離 $b' = 1.6h$ 。為方便起見，首先以如圖 2 所示，邊長 $10h$ ，港口寬度 $5h$ 的正方形港池為計算例，其港池內岸壁與防波堤均配置為固定且不透水，並使港內領域水深與外海同樣的等水深。計算時將計算領域分割成 1108 個面元素 (其中 $N_1 = 104$, $N_2 = 720$, $N_3 = 52$, $N_4 = 52$, $N_5 = 180$)，首先計算船長方向延著 Y 軸、船體重心在方形港口外兩倍水深處 $(0, 2h)$ ，受不同週期 ($\sigma^2 h/g = 0.25 \sim 1.0$ ，入射角 $\omega = 90^\circ$) 的入射波作用時，船體運動振幅的變化情形。其次在相同入射波條件作用下，計算船重心在港口外 $(0, 2h)$ 處所受波力之變化。

為進一步證明本解析法的實用性，本文另以如圖 3 所示之八斗子漁港現況佈置為計算例，分別計算漁船在港口外一倍水深處 $(0, h)$ ，受無因次角週頻率 $\sigma^2 h/g = 0.5 \sim 3.0$ 入射角 $\omega = 66.5^\circ$ 的波作用時，船體的運動與所受波力之變化情形。計算時將計算領域分割成 2012 個面元素 (

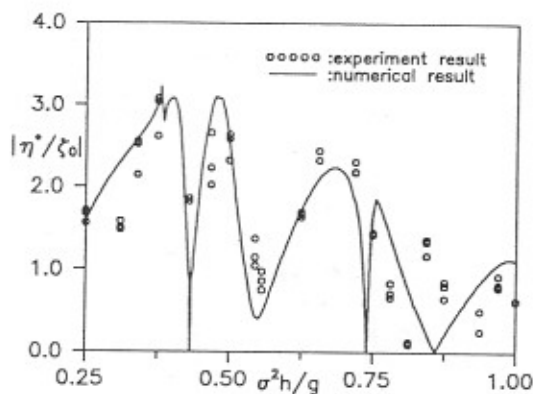


圖 5(a) 前後移 (surge)

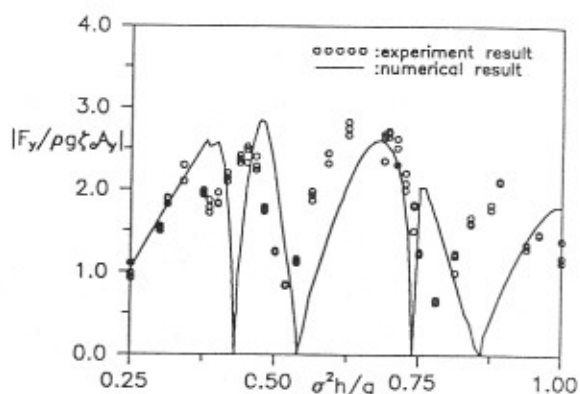
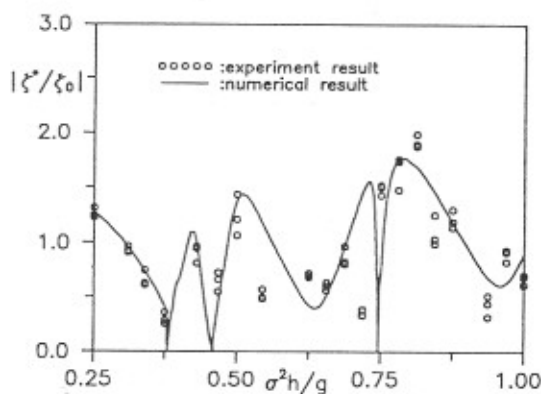
圖 6(a) 在 Y 軸方向所受波力 (F_y)

圖 5(b) 垂直移 (heave)

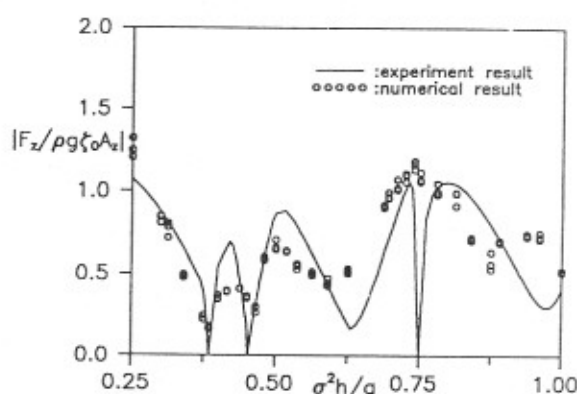
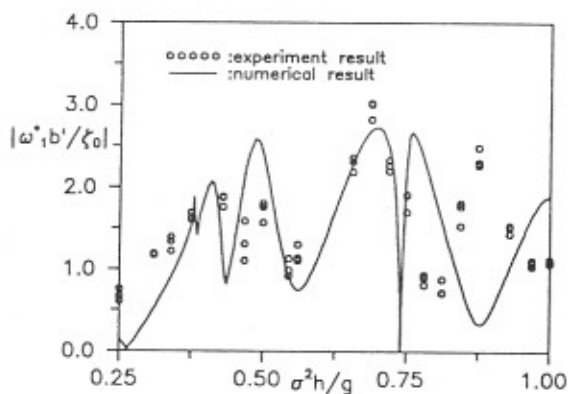
圖 6(b) 在 Z 軸方向所受波力 (F_z)

圖 5(c) 縱轉 (pitch)

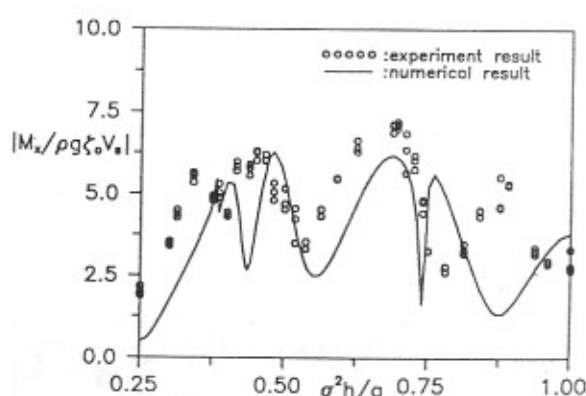
圖 6(c) 在 X 軸方向所受力矩 (M_x)

圖 5 船體重心在正方形港口外 $(0, 2h)$ 處，受規則波作用時的運動及旋轉角

其中 $N_1 = 152$, $N_2 = 1313$, $N_3 = 40$, $N_4 = 176$, $N_5 = 331$ ，同時並假設防波堤及港內岸壁的反射率均為 0.75。

五、模型實驗

首先將計算例中之正方形港池佈置於長 30m、寬

圖 6 船體重心在正方形港口外 $(0, 2h)$ 處，受規則波作用時的波力及力矩

24m、深 1m 的平面水槽內 (如圖 4)，實驗水深為 30cm，並將模型船舶長方向垂直於港口，使其重心在港口外 60cm (即 $(0, 2h)$) 處，分別量測船體受無因次角週頻率為 $\sigma^2 h/g = 0.25 \sim 1.0$ (試驗週期 1.1 ~ 2.2 秒) 的波作用時，船體的運動振幅與所受波力；當量測船體運動時，將

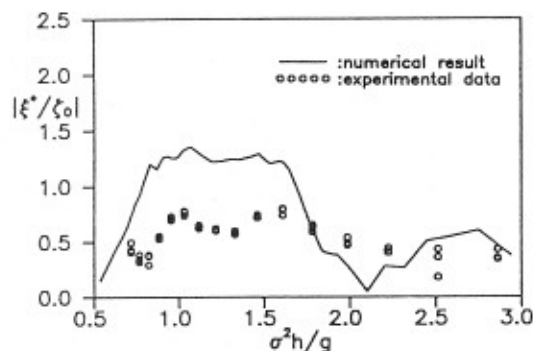


圖 7(a) 橫移 (sway)

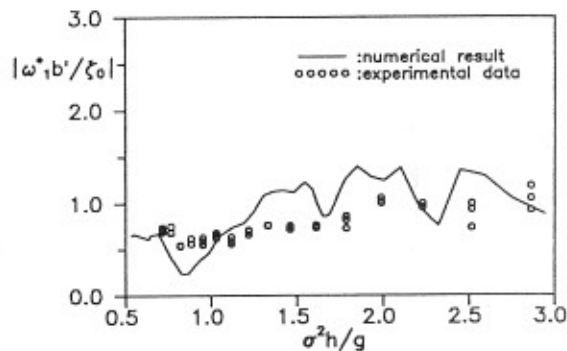


圖 7(d) 縱轉 (pitch)

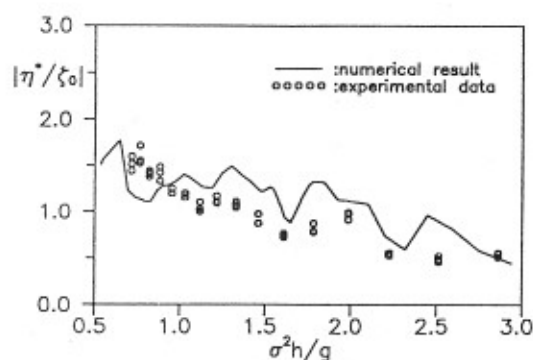


圖 7(b) 前後移 (surge)

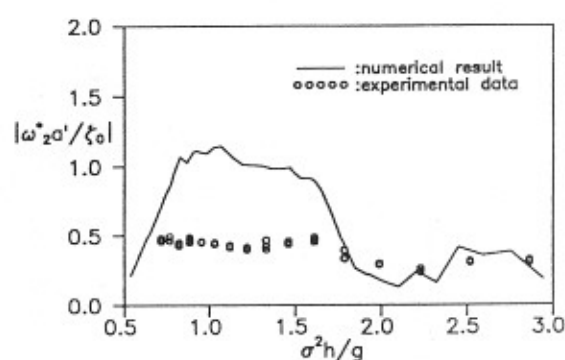


圖 7(e) 橫轉 (roll)

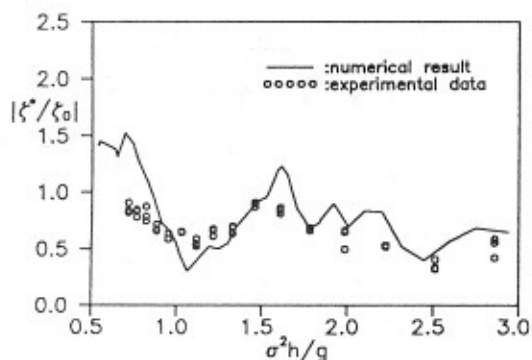


圖 7(c) 垂直移 (heave)

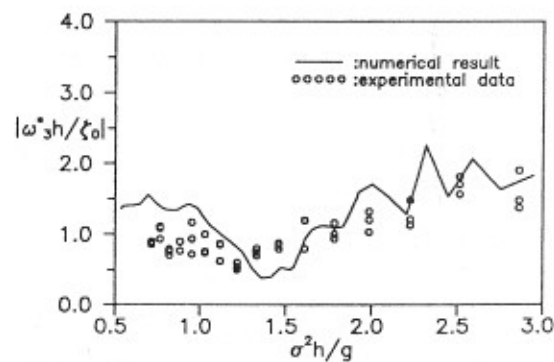


圖 7(f) 水平轉 (yaw)

圖 7 船體重心在八斗子漁港港口外 (0, h) 處, 受規則波作用時的運動及旋轉角

自由度運動測定儀安置於船體重心上, 並採用大地固定座標, 即沿船長方向 (Y 軸) 的位移為前後移 (surge), 在 X

軸 (船寬方向) 的位移為水平移 (sway), Z 軸方向為垂直移 (heave), 對 X 軸的旋轉角為縱轉 (pitch), 對 Y 軸

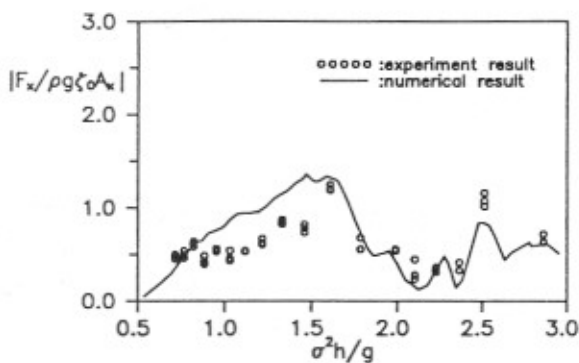


圖 8(a) 在 X 軸方向所受波力 (F_x)

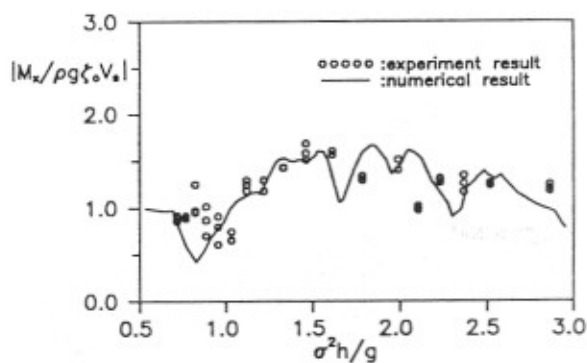


圖 8(d) 在 X 軸方向所受力矩 (M_x)

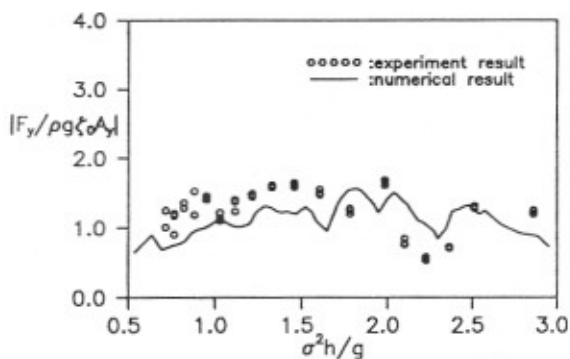


圖 8(b) 在 Y 軸方向所受波力 (F_y)

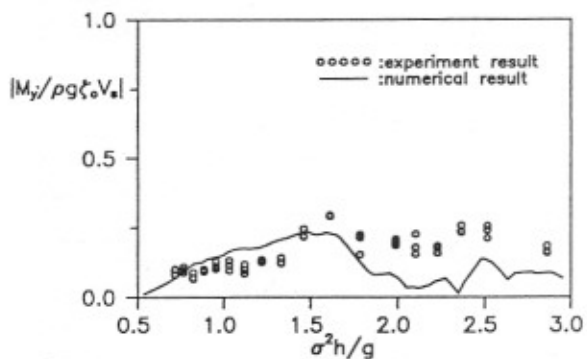


圖 8(e) 在 Y 軸方向所受力矩 (M_y)

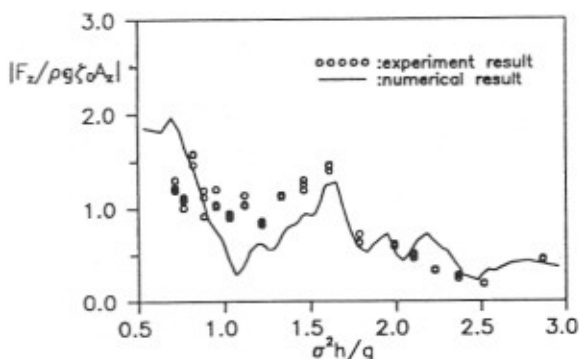


圖 8(c) 在 Z 軸方向所受波力 (F_z)

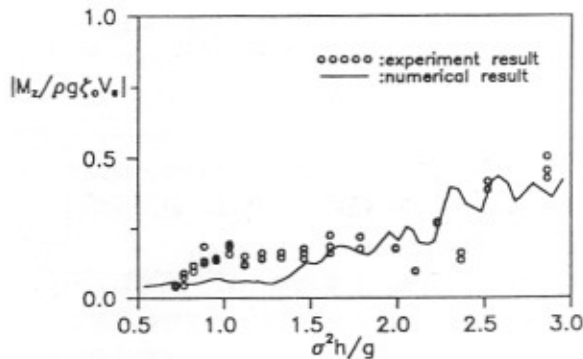


圖 8(f) 在 Z 軸方向所受力矩 (M_z)

圖 8 船體重心在八斗子漁港港口外 (0, h) 處，受規則波作用時的波力及力矩

的旋轉角為橫轉 (roll)，對 Z 軸則為水平轉 (yaw)。至於波力的量測，則將六分力計固定於船體重心，並以連桿銜

接固定於儀器架上，以量測船體所受各方向的外力與力矩。

其次將八斗子漁港現況以 1/100 縮尺佈置於平面水槽中，港池內的碼頭佈置如周、韓[10] 所應用的圓孔式消波碼頭，此種消波式碼頭的消能係數已由周、韓在任意形狀的港池內證明其適用性；實驗時將船長方向垂直於港口 (Y 軸方向)，使其重心位於港口外 50cm 處 (即 $(0.1h)$ ， h 為外海水深)，分別量測其受無因次角週頻率 $\sigma^2 h/g = 0.715 \sim 3.0$ (試驗週期 0.73 ~ 1.5 秒)、入射角 $\omega = 66.5^\circ$ 的規則波作用時，船體的運動與受力變化。

本文在進行正方形港的船體運動與受力實驗時，將 30 噸級的漁船以 1/25 的縮尺製作模型船，模型船在水線的長度 1.2 公尺，最大寬度為 24 公分，因此可將儀器直接安置於船體內的重心上，以量測船體的運動位移及所受外力；但當進行八斗子漁港實驗時，由於港內水域範圍較大，因此採用小比例縮尺 1/100 將整個漁港及漁船安置於平面水槽中以進行實驗，在本實驗中，由於模型船較小，量測儀器無法直接安置在模型船內的重心上，而安置於重心上方 10.5cm 處，因此必須經如附錄 A 所示的轉換才能求得船體重心上的運動與所受外力。

六、結果分析

本研究在正方形港的計算例中，漁船船長方向沿著港口中央線的 Y 軸垂直於港口方向，且受正向入射於港口方向 ($\omega = 90^\circ$) 的規則波作用，因此作用於漁船側方向的波力與旋轉力矩 (即 F_x , M_y 及 M_z) 可因對稱的關係而視為零，同時此方向的船體運動 (橫移、橫轉及水平轉) 亦甚小，本研究僅針對主要的受力 F_y , F_z , M_x 與運動位移 (前後移、垂直移及縱轉) 加以討論。

圖 5(a)~5(c) 分別表示船體在正方形港池港口外的前後移、垂直移、縱轉與入射波無因次角週頻率之關係。波浪由於受港內全反射岸壁與防波堤的作用，在此處形成部份重複波，因此漁船在此處的運動振幅隨入射波無因次角週頻率的改變而起伏，甚至在某些頻率的波作用下，有零值產生。比較數值解與實驗結果，由圖中顯示，兩者的趨勢相同，實驗值與數值結果亦相當接近，僅前後移及縱轉在較短週期 ($\sigma^2 h/g = 0.85$ 附近) 處有較大的誤差。圖 6(a)~6(c) 為漁船在方形港口外 (0, 2h) 處所受外力、力矩數值解與實驗值的比較。其中 A_x 、 A_y 、 A_z 分別代表船體在 X、Y、Z 軸的投影面積， V_s 則為船體的浸水體積。由圖中顯示，實驗值與數值解的結果雖略有差異，但其趨勢則相當一致。綜合以上結果顯示，本模式應用於解析港口附近的船體運動與其所受外力、力矩的計算相當具有妥適性。

圖 7(a)~7(f) 分別表示漁船在八斗子漁港港口外 1.0h 處受 $\omega = 66.5^\circ$ ， $\sigma^2 h/g = 0.5 \sim 3.0$ 的規則波作用時，船體六自由度運動數值解與實驗值的比較。其中 a' 、 b' 分別表示漁船重心至船舷與船艏的距離。由圖中可發現除了橫移 (sway) 與橫轉 (roll) 在無因次角週頻率 $\sigma^2 h/g \leq 1.75$ 的規則波作用時，實驗值較小外，其他各方向的運動振幅或旋轉角兩者所得結果相當一致。圖 8(a)~8(f) 分別

為漁船在該處所受各方向的外力與力矩數值解與實驗值的比較。由圖中發現實驗與數值結果的趨勢相同。由以上結果顯示本數值模式對解析港口附近的船體運動及其所受外力與力矩具有實用價值。

七、結 論

本文利用邊界元素法建立一數值模式以解析船舶在不等水深、任意形狀及任意反射率的港口附近，受規則波作用時所引起的運動及其所受波力，同時配合水工模型試驗以驗證本數值模式的妥當性及實用性，綜合以上所述可得下列結論：

- (1) 本數值模式可適當的解析船體在具有任意形狀、不等水深及具任意反射率港池的港口附近時，船體的運動及所受外力與力矩，對於預測船舶在實際港口附近的運動行為及其所受外力具有相當實用性。
- (2) 在港灣規劃過程中，利用本解析法可有效的預測各種船舶在港口附近的運動及所受外力，進而改進港口防波堤或港內碼頭的配置，以達港池的最佳配置。

參考文獻

1. Sawaragi T. and M. Kubo, "Long-Period Motions of a Moored Ship Induced by Harbor Oscillations," *Coastal Engineering in Japan*, Vol. 25, pp. 261-275 (1982).
2. Sawaragi T., "Analysis of Diffraction and Radiation Problem for Ship in Harbor of Arbitrary Geometry," *Proceedings of 35th Conference on Coastal Engineering, Japan*, pp. 692-696 (1988). (in Japanese)
3. Umede N. and H. Kobayashi, "Dynamic Behavior of a Fishing Boat Moored in Harbor," 日本造船學會論文集, 160 號, pp. 120-130 (1986).
4. Sawaragi T. and Aoki, "Prediction and Attenuation of Wave-induced Ship Motion in a Harbour," *Coastal Engineering in Japan*, Vol. 34, No. 2, pp. 243-265 (1991).
5. Chou R. C., W. K. Weng and J. Z. Yim, "Ship Motions near Harbor Caused by Wave Actions," *Computer Modelling in Ocean Engineering*, pp. 443-453 (1991).
6. 周宗仁, 邊界元素法在波浪力學之應用, 國立臺灣海洋學院河海工程學會, 第 138-139 頁 (1983)。
7. 周宗仁、林焯圭, 「任意反射率防波堤或岸壁的港池水面振動數值分析」, 第十一屆海洋工程研討會論文集, 基隆, 第 365-381 頁 (1989)。
8. John, F., "On the Motions of Floating Bodies," *Communications on Pure Applied Mathematics*, Vol. 2, No. 1, pp. 13-57 (1949).

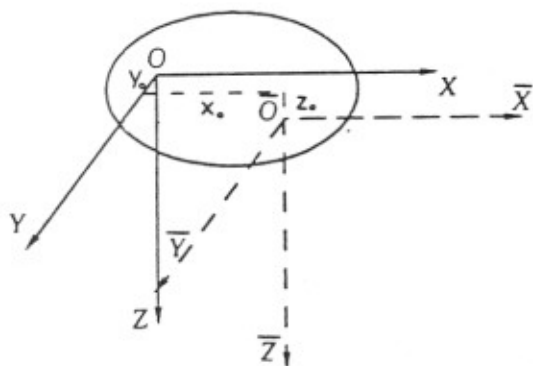


圖 A-1 平行座標系統

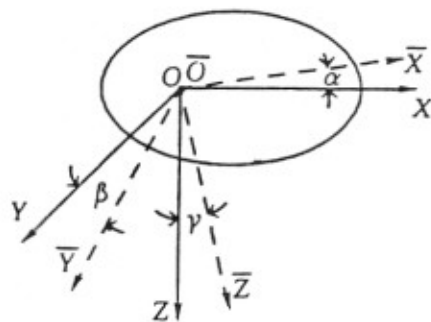


圖 A-2 旋轉座標系統

9. Mei C. C., *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, Wiley, New York, pp. 285-287 (1983).
10. 周宗仁、韓文育, 「規則波對任意形狀水深及反射率港池的水面振動」, 中國土木水利工程學刊, 第五卷, 第四期, 第 285-298 頁 (1993)。

附 錄

如圖 A-1 所示, 設在 $O-XYZ$ 座標系統上的船體六自由度運動向量為 η , $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 則為平行於 $O-XYZ$ 的另一座標系統, 若船體作一微小線性運動, 則在座標系統 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 的運動 $\bar{\eta}$ 可由下式求得:

$$\{\bar{\eta}\} = [T_p]\{\eta\} \quad (\text{A-1})$$

其中

$$[T_p] = \begin{pmatrix} I & \Lambda \\ O & I \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & z_o & -y_o \\ -z_o & 0 & x_o \\ y_o & -x_o & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-2})$$

而在座標系統 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 的受力 \bar{F} 則為:

$$\{F\} = [T_p]^t\{\bar{F}\} \quad (\text{A-3})$$

另外, 如圖 A-2 所示, $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 為對 $O-XYZ$ 旋轉的座標系統時, 則 $\bar{\eta}$ 可由下式轉換而得:

$$\{\bar{\eta}\} = [T_r]\{\eta\} \quad (\text{A-4})$$

$$[T_r] = \begin{pmatrix} \Gamma & O \\ O & \Gamma \end{pmatrix} \quad (\text{A-5})$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-6})$$

而受力 \bar{F} 則為:

$$\{F\} = [T_r]^t\{\bar{F}\} \quad (\text{A-7})$$

83 年 7 月 15 日 收稿
83 年 12 月 15 日 修改
83 年 12 月 19 日 接受