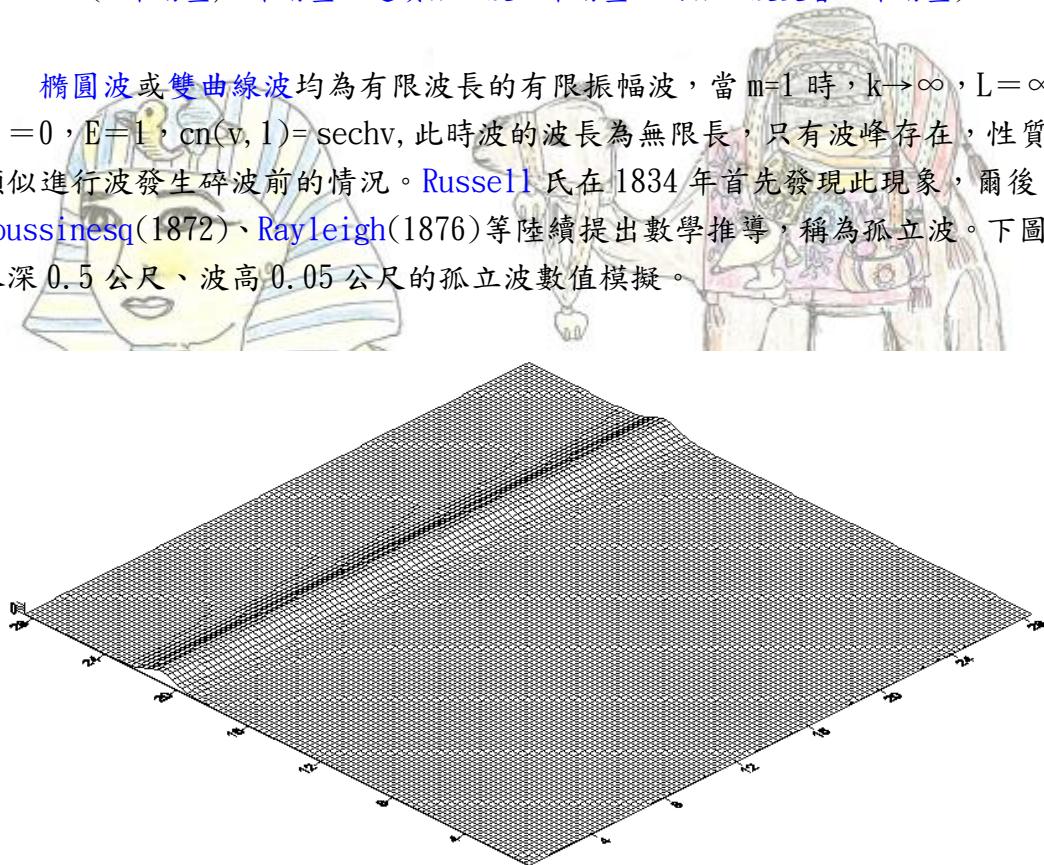


孤立波(Soliton, Solitary wave)

(2維動畫, 3維動畫, 連續孤立波 3維動畫, 兩孤立波交會 3維動畫)

橢圓波或雙曲線波均為有限波長的有限振幅波，當 $m=1$ 時， $k \rightarrow \infty$ ， $L = \infty$ ， $\delta = 0$ ， $E = 1$ ， $cn(v, 1) = sech v$ ，此時波的波長為無限長，只有波峰存在，性質極類似進行波發生碎波前的情況。Russell 氏在 1834 年首先發現此現象，爾後 Boussinesq(1872)、Rayleigh(1876) 等陸續提出數學推導，稱為孤立波。下圖為水深 0.5 公尺、波高 0.05 公尺的孤立波數值模擬。



孤立波 $H_0/h = 0.05$

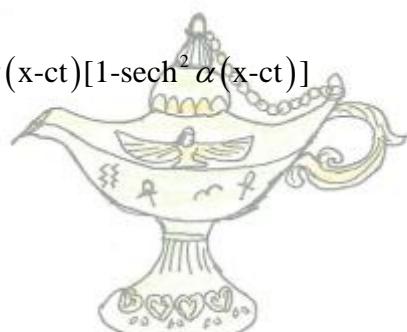
1. 水面波形

$$\zeta = H \operatorname{sech}^2 [\alpha(x-ct)] - \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h}\right)^2 \operatorname{sech}^2 \alpha(x-ct) [1 - \operatorname{sech}^2 \alpha(x-ct)]$$

$$\alpha = \left(\frac{3H}{4h^2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{5H}{8h}\right)$$

2. 波速 C

$$C = \sqrt{gh} \left[1 + \frac{H}{2h} \frac{3}{20} \left(\frac{H}{h}\right)^3 \right]$$



阿拉丁神燈

3. 靜水面上單位寬度的容量 V_0

$$V_0 = \frac{4}{\sqrt{3}} H^{1/2} h^{3/2}$$

4. 有效波長

理論上孤立波波長為無限長，但進行各項分析，尤其數值分析時，無法使用無限值，中山(1983)提出含波峰中總流量的 95% 的波長作為有效波長，水深 h 、波高 H 時、有效波長 L_{eff} 如下。

$$L_{eff} = 0.95 \left(4h\sqrt{Hh/3} \right)$$

5. 有效週期

孤立波有效週期 T_{eff} 等於有效波長 L_{eff} 除以孤立波波速 $(gh)^{1/2}$ ，即

$$T_{eff} = L_{eff} / \sqrt{gh} = 0.95 \left(4h\sqrt{Hh/3} \right) / \sqrt{gh}$$
$$= 4.23h / \sqrt{gH}$$



2011 埃及尼羅河之旅



載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈